

**SERIE 2**

**Exercice 1:** Un milieu élastique homogène et isotrope subit un changement de configuration plan décrit dans deux repères (1) et (2), respectivement, par

$$(1) : \begin{cases} x'_1 = ax_1 \\ x'_2 = (2-a)x_2 \end{cases} \quad (2) : \begin{cases} x'_1 = x_1 + 2bx_2 \\ x'_2 = x_2 \end{cases} \quad (1)$$

où les paramètres  $a$  et  $b$  sont des constantes positives.

1- Déterminer pour (1) et (2)

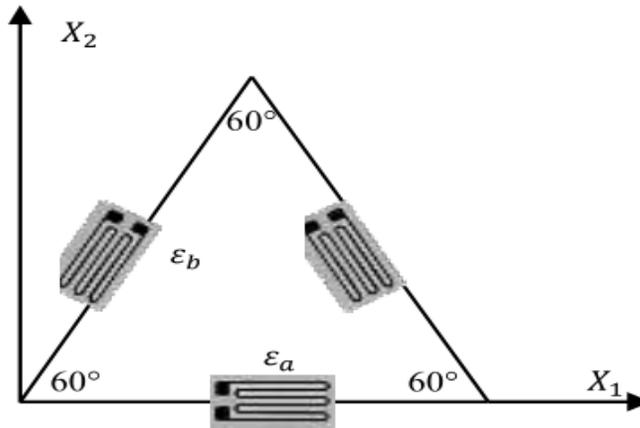
- a. Le champ des déplacements
- b. La rotation du corps rigide
- c. Le tenseur des déformations
- d. Les déformations principales

2- Dédurre la relation entre les constantes  $a$  et  $b$ .

3- Faire une représentation dans le plan de Mohr et déduire l'angle entre les deux repères (1) et (2).

**Exercice 2 (Faire chez vous):** Une rosette delta en forme de triangle équilatéral, permet de mesurer les dilatations longitudinales selon les trois directions parallèles aux trois cotés du triangle. Elle est disposée à la surface d'un solide homogène et isotrope, par rapport à un repère  $(X_1, X_2)$ , voir sur Figure ci-dessous. Déterminer le tenseur des déformations planes si les valeurs mesurées sont

$$\varepsilon_a = -0.3, \quad \varepsilon_b = 0.4, \quad \varepsilon_c = 0.2 \quad (2)$$



**Exercice 3:** Soit un solide paramétrisé par un repère orthonormé  $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ , le tenseur des déformations planes en un point  $M$  par rapport à l'axe  $\vec{k}$  est donné par

$$\varepsilon(M) = \begin{bmatrix} 150 & -120 & 0 \\ -120 & 200 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} 10^{-6} \quad (3)$$

1- Donner un schéma montrant la signification physique des composantes du tenseur des déformations.

2- Soient deux directions orthogonales  $\vec{n}_a$  et  $\vec{n}_b$  dont les composantes sont

$$\vec{n}_a = \frac{1}{\sqrt{5}} \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \vec{n}_b = \frac{1}{\sqrt{5}} \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4)$$

a. Calculer l'allongement unitaire et le glissement dans ces deux directions.

b. Donner un schéma montrant la signification physique de ces déformations.

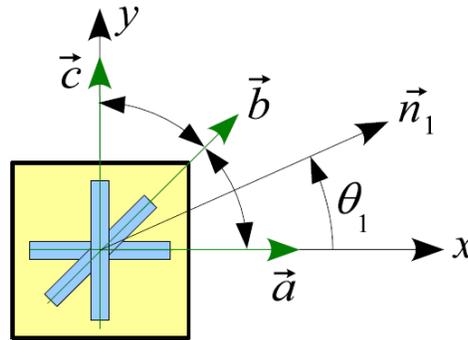
c. Ecrire le tenseur des déformations dans le repère  $(\vec{n}_a, \vec{n}_b, \vec{k})$ .

3- Calculer les déformations et les directions principales.

4- Donner un schéma montrant la signification physique des déformations principales.

5- Calculer la variation relative du volume  $\varepsilon_v$ .

**Exercice 4:** Soit une rosette (nœud formé d'une ou deux boucles) à 45 degrés collée sur un réservoir au point critique, voir Figure. Ce matériau possède les caractéristiques suivantes : le module de Young  $E = 210000$  MPa, le coefficient de Poisson  $\nu = 0.27$ , la limite élastique  $\sigma_E = 300$  MPa.



La mesure donne les composantes :

$$\varepsilon_a = -100.10^{-6}, \quad \varepsilon_b = -450.10^{-6}, \quad \varepsilon_c = 400.10^{-6} \quad (5)$$

1- Calculer les composantes du tenseur des déformations.

2- En déduire les composantes du tenseur des contraintes.

3- On demande de calculer

- $\varepsilon_{zz}$
- les contraintes principales  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$
- les déformations principales  $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$
- la position angulaire  $\theta_1$  de la direction principale  $\vec{n}_1$  avec la jauge  $\vec{a}$ .