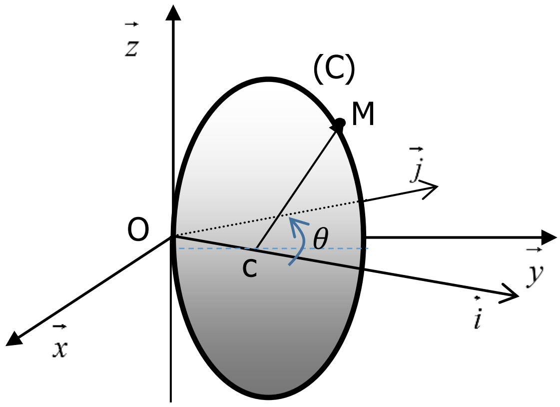
UNIVERSITE CHOUAIB DOUKKALI
FACULTE DES SCIENCES
DEPARTEMENT DE PHYSIQUE
EL JADIDA

ANNEE UNIVERSITAIRE 2019/2020
TD – SMA S4 - Série 2

MECANIQUE DE SOLIDE : CINEMATIQUE DU SOLIDE

Exercice 1/

Considérons le système mécanique de la figure suivante :



(C) est un cercle de centre C et de rayon R. Il est en rotation autour de l'une de ses tangentes (ici $\overrightarrow{Oz}$) à la vitesse angulaire $\vec{\Omega}$ constante.

M est un point matériel se déplaçant sur (C). On définit deux repères $R(O,\vec{x},\vec{y},\vec{z})$ fixe par rapport au sol et $R'(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ lié au cercle (C) .

Exprimer dans la base ($\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$) de R' les vecteurs suivants :

1. Le vecteur position $\overrightarrow{OM}$
2. les vecteurs vitesse relative, d'entraînement et absolue de M
3. Les vecteurs accélérations relative, d'entraînement et de Coriolis de M

Exercice 2/

Dans les mouvements des solides suivants, définir les angles d'Euler et les vecteurs rotation instantanés correspondants :

1. Un disque en rotation autour de son centre supposé fixe.
2. Une sphère roulant sur un plan horizontal fixe (P) de manière à ce qu'un point de sa surface, situé à une distance de (P) égale à son rayon demeure fixe.
3. Un triangle est mobile sur un plan horizontal fixe (P) autour de l'un de ses sommets supposé fixe. De plus, on impose à l'un des côtés du triangle de rester constamment au contact de (P).

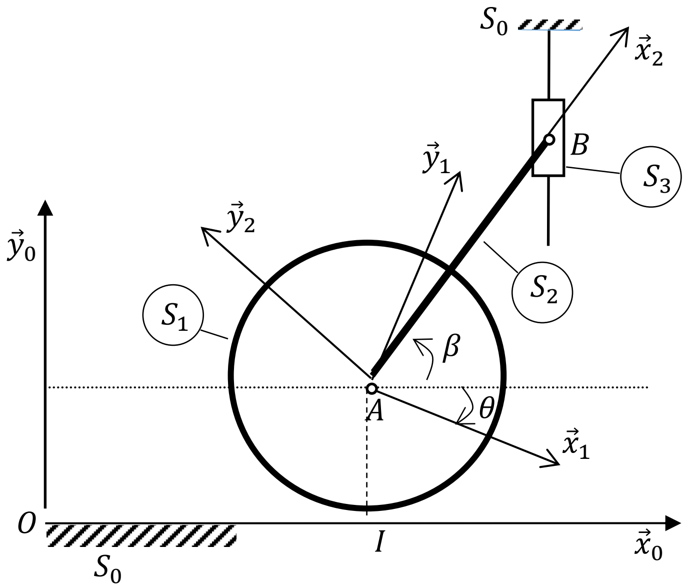
Exercice 3/

Un disque (S_1) de centre A et de rayon r roule sans glisser par l'intermédiaire d'une tige (S_2) de longueur l et d'une masse coulissante (S_3) sur un support (S_0) fixe dans le repère $R_0(O,\vec{x}_0,\vec{y}_0,\vec{z}_0)$. Soient $R_1(A,\vec{x}_1,\vec{y}_1,\vec{z}_0)$ et $R_2(A,\vec{x}_2,\vec{y}_2,\vec{z}_0)$ deux repères liés respectivement à (S_1) et (S_2). On considère les liaisons pivot aux points A et B. (S_3) est en liaison glissière d'axe $(B\vec{y}_0)$ avec (S_0).

On donne : $\overrightarrow{OA} = x_A\vec{x}_0 + y_A\vec{y}_0$ avec $y_A = r$

1) Déterminer les vecteurs rotations instantanées $\vec{\Omega}(S_1/S_0)$ et $\vec{\Omega}(S_2/S_0)$.

2) Démontrer que $\dot{x}_A = l sin\beta\ \dot{\beta}$
3) Ecrire la condition de roulement sans glissement au point de contact I.
4) Trouver les éléments de réduction du torseur cinématique au point G (milieu de AB) de la tige (S_2) dans son mouvement par rapport à S_0.
5) Quelle est la nature de ce torseur ? Déterminer son axe central.
6) Calculer la vitesse et l'accélération du point B par rapport à S_0.
7) Trouver la base et la roulante du mouvement de S_1 par rapport à S_0.

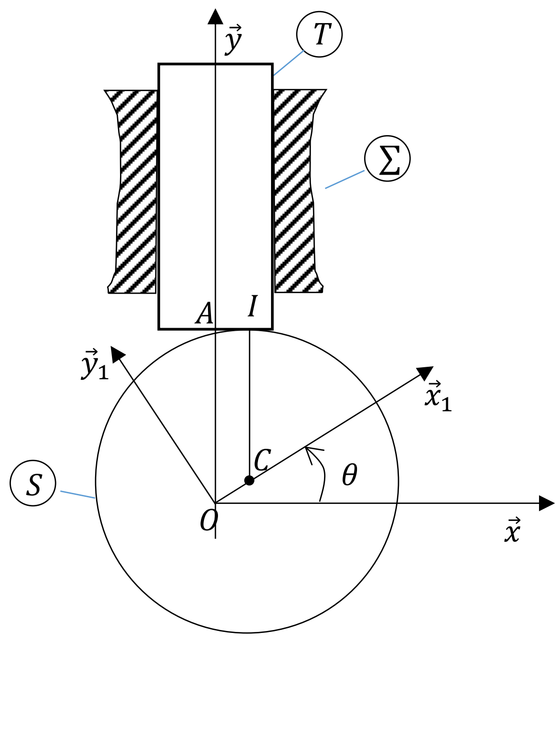


Exercice 4

Considérons le mécanisme plan de commande d'une tige par un excentrique. Soit $R(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ un repère lié au bâti (Σ).L'excentrique (S) est assimilé à un disque de centre C et de rayon r. (S) a une liaison pivot d'axe $(O, \vec{z}\,)$ avec (Σ). Soit $R_1(O, x_1, y_1, z_1)$ un repère lié à (S) tel que $(\widehat{x, x_1}) = \theta$.

La tige (T) a une liaison glissière d'axe $(O, \vec{y})$ avec (Σ). (S) et (T) sont en contact ponctuel en un point I de la section droite extrême de la tige. On donne $OC = e$ et $CI\ = r$

1) Déterminer le vecteur vitesse de glissement au point I du mouvement de (S) par rapport à (T) : $V(I \in S\ /T)$
2) Déterminer le centre instantané de rotation H du mouvement plan sur plan du plan $\Pi_1(O_1, \vec{x}_1, \vec{y}_1)$ de S par rapport au plan $\Pi(A, \vec{x}, \vec{y})$ de T :
   a. Graphiquement
   b. Analytiquement
3) Déterminer la base et la roulante de ce mouvement.



Solution Série N°2 SMA4 : Cinématique du solide

Exercice 1 :

1) $\overrightarrow{OM} = R\left(1+\cos\theta\right)\vec{i} + R\sin\theta\,\vec{k}$

2) $\overrightarrow{V_r} = -R\dot{\theta}\sin\theta\,\vec{i} + R\dot{\theta}\cos\theta\,\vec{k}$

$\overrightarrow{V_e} = R\dot{\Psi}(1+\cos\theta)\,\vec{j}$

3) $\overrightarrow{\Gamma_r} = -R\left[\ddot{\theta}\sin\theta+\dot{\theta}^2\cos\theta\right]\vec{i} + R\left[\ddot{\theta}\cos\theta-\dot{\theta}^2\sin\theta\right]\vec{k}$

$\overrightarrow{\Gamma_e} = -\Omega^2 R\left(1+\cos\theta\right)\vec{i}$

$\overrightarrow{\Gamma_c} = -2\Omega R\dot{\theta}\sin\theta\,\vec{j}$

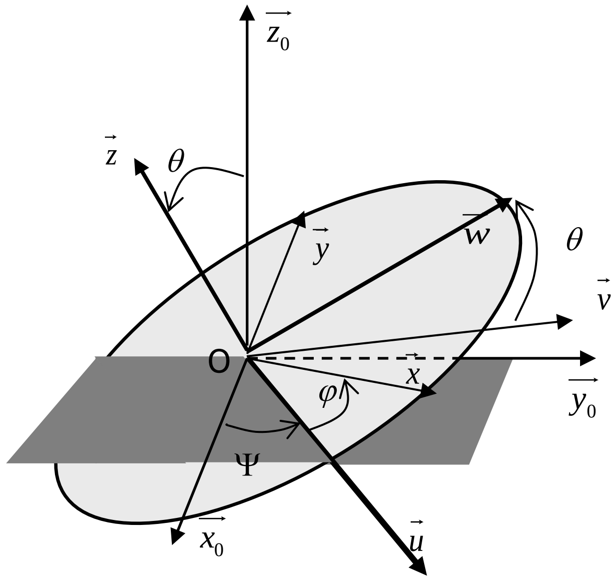
Exercice 2 :

1) Angles d'Euler : Ψ , θ , φ

$\vec{\Omega}(D/R_0) = \dot{\Psi}\,\overrightarrow{z_0} + \dot{\theta}\,\vec{u} + \dot{\varphi}\,\vec{z}$

$R(O,\overrightarrow{x_0},\overrightarrow{y_0},\overrightarrow{z_0})$ fixe

$R(O,\vec{x},\vec{y},\vec{z})$ lié au disque

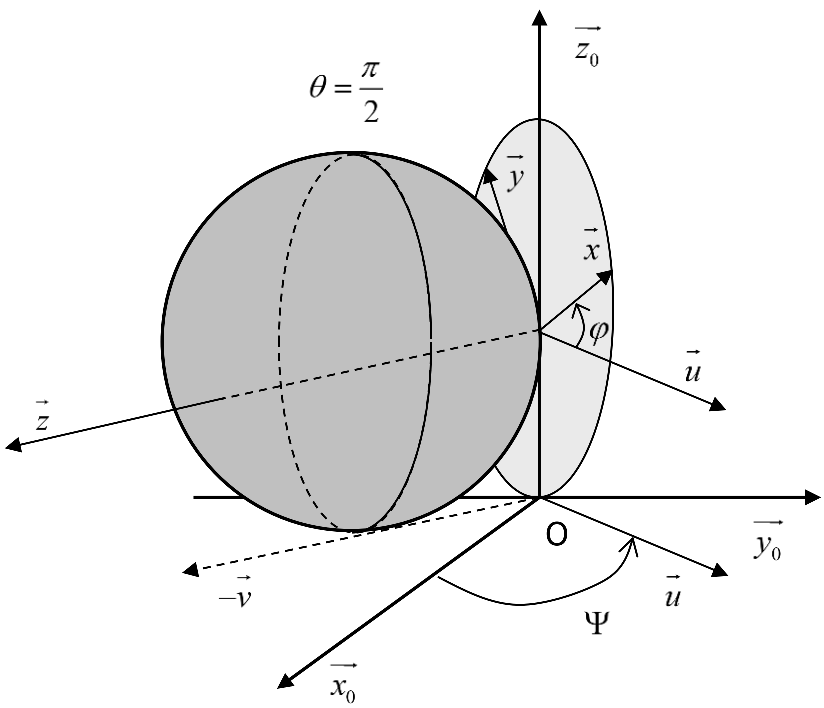


3) Angles d'Euler : Ψ , φ

$\vec{\Omega}(D/R_0) = \dot{\Psi}\,\overrightarrow{z_0} + \dot{\varphi}\,\vec{z}$

$R(O,\overrightarrow{x_0},\overrightarrow{y_0},\overrightarrow{z_0})$ fixe

$R(O,\vec{x},\vec{y},\vec{z})$ lié au disque



4) Angles d'Euler : Ψ , θ

$$\vec{\Omega}(D/R_0) = \dot{\Psi}\,\overrightarrow{z_0} + \dot{\theta}\,\vec{z}$$

$R(O,\overrightarrow{x_0},\overrightarrow{y_0},\overrightarrow{z_0})$ fixe

$R(O,\vec{x},\vec{y},\vec{z})$ lié au disque