Université Chouaib Doukkali AU : 2019/2020
FSJ Master IRER

Travaux dirigés

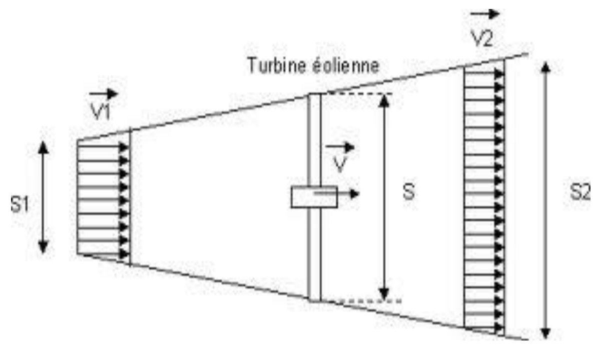
Calcul de la puissance extraite par une éolienne

(Théorie axiale : Linear momentum theory)

Problème :

Le schéma plan de l'écoulement de l'air autour d'un rotor d'éolienne est donné ci-dessous.
Hypothèses considérées :

- L'écoulement est totalement axial (d'axe Oz) (l'air ne subit aucun mouvement de rotation).
- L'écoulement est incompressible.
- L'écoulement est permanent
- La vitesse du vent est constante loin du plan du rotor.
- L'air passe à travers le rotor sans frottement.



1) Montrer que les débits massiques de l'air à travers (S_1) , (S) et (S_2) sont identiques.
2) En faisant le bilan de la quantité de mouvement de l'air compris entre (S_1) et (S_2), établir l'expression de la force axiale $\vec{T}$ (Thrust) exercée par l'air sur le rotor.
3) En appliquant l'équation de Bernoulli en amont du rotor puis en aval du rotor, établir l'expression de la force axiale $\vec{T}$ exercée par l'air sur le rotor. (Les pressions de l'air dans la section d'entrée (S_1) et de sortie (S_2) sont supposées égales à la pression atmosphérique).
4) Montrer alors de 2) et 3) que la vitesse du vent sur le rotor est donnée par : $V = \dfrac{V_1 + V_2}{2}$
5) Etablir l'expression de la puissance extraite du vent en fonction de ρ, S, V, V_1, V_2
6) Etablir l'expression du coefficient de puissance C_p défini par le rapport entre la puissance extraite et la puissance disponible du vent en fonction de V, V_1, V_2 .
7) En introduisant le facteur d'interférence axial (axial induction factor) défini par : $V = (1-a)V_1$, montrer que C_p s'écrit : $C_P = 4a(1-a)^2$
8) Tracer l'allure générale de $C_p(a)$ et déterminer la valeur maximale théorique du coefficient de puissance C_p, (Limite de Betz). Conclure.

Réponses

1) D'après le principe de conservation de la masse dans un écoulement permanent :
$\rho S_1 V_1 = \rho S\, V = \rho S_2 V_2 \ (= D_m : Débit\ massique)$

2) La présence du rotor fait subir à l'air une décélération. la RFD appliquée à un élément de masse s'écrit :

$$T_{rotor/air} = \Delta m \frac{V_2 - V_1}{\Delta t} \Rightarrow T_{air/rotor} = D_m (V_1 - V_2) = \rho SV(V_1 - V_2)$$

3) L'application du théorème de Bernoulli en amont du rotor puis en aval du rotor conduit finalement à :

$$p - p' = \frac{1}{2}\rho(V_1^2 - V_2^2) \Rightarrow T_{air/rotor} = (p - p')S = \frac{1}{2}\rho S(V_1^2 - V_2^2)$$

4) *2) et 3) entrainent :* $V = \dfrac{V_1 + V_2}{2}$

5) $\mathscr{P}_{ext} = T\ V = \dfrac{1}{2} D_m (V_1^2 - V_2^2) = \dfrac{1}{2}\rho VS(V_1^2 - V_2^2)$

6) $\mathscr{P}_{ext} = \dfrac{1}{2}\rho VS(V_1^2 - V_2^2) \qquad \mathscr{P}_{disp} = \dfrac{\Delta E_c}{\Delta t} = \dfrac{\frac{1}{2}\Delta m V_1^2}{\Delta t} = \dfrac{\frac{1}{2}\rho V_1^2 S V_1 \Delta t}{\Delta t} = \dfrac{1}{2}\rho V_1^3 S$

7) $C_p = \dfrac{\mathscr{P}_{ext}}{\mathscr{P}_{disp}} = \dfrac{V(V_1^2 - V_2^2)}{V_1^3}$; $Comme\ V = (1-a)V_1\ , V_2 = (1-2a)V_1\ et\ V = \dfrac{V_1 + V_2}{2}$

$Alors:\ C_P = 4a(1-a)^2$

8) C_p *possède un maximum pour a=1/3 et* C_{pmax}*=16/27=0.593.*

Ainsi, le rendement maximal pour une éolienne idéale:59.3%. C'est la limite de Betz.