Université Chouaib Doukkali
FSJ

AU : 2019/2020
SMP6 EER

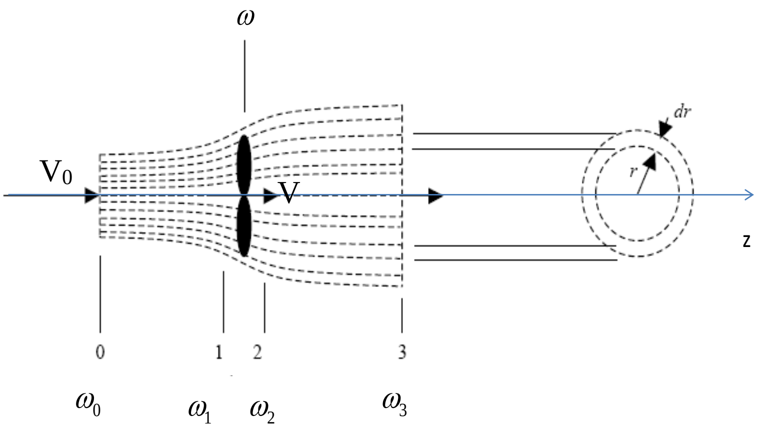
Travaux dirigés

Dimensionnement d'une éolienne à axe horizontal (Horizontal Axis Wind Turbine : HAWT) pour une puissance extraite maximale

Le schéma de l'écoulement de l'air autour d'un rotor d'éolienne est donné ci-dessous.

Hypothèses considérées :

- L'écoulement est permanent
- L'écoulement est incompressible.
- L'écoulement en amont loin du plan du rotor, est purement axial.
- La vitesse et la pression sont uniformes sur une section droite du tube de courant.
- L'écoulement est axisymétrique.
- L'écoulement de l'air autour d'un élément de la pale est considéré bidimensionnel
- Il n'y a pas d'interférence entre les éléments de la pale.



La section A0 est loin en amont du rotor .

La section A1 est à proximité du rotor.

La section A est celle du rotor.

La section A2 est à proximité du rotor.

La section A3 est loin en aval du rotor.

Données : $\rho, R, V_0, \Omega, B(nombre\ de\ pales), C_L(\alpha, \mathrm{Re}), C_D(\alpha, \mathrm{Re}), c(r), \beta(r)$

On introduit les **facteurs d'interférence axial *a*** (**axial induction factor**) défini par : $V=(1-a)V_0$ et **tangentiel *a'*** (**angular induction factor**)défini par : $\omega = a'\Omega$

Par ailleurs, on admet que : $\omega = \dfrac{\omega_1+\omega_2}{2}$

1) Déterminer les vitesses angulaires $\omega_0, \omega_1, \omega_2, \omega_3$

2) Par application de la **Momentum Theory,** déterminer la **force axiale** élémentaire (**Thrust**) dT exercée par l'air sur l'élément annulaire du rotor.
   Rép : $\boxed{dT = 4a(1-a)\rho V_0^2 \pi r dr}$

3) Par application de la **Momentum Theory,** déterminer le **couple** dQ (**Torque**) exercé par l'air sur l'élément annulaire du rotor.
   Rép $\boxed{dQ = 4\pi\rho V a'\Omega r^3 dr}$

4) Déduire alors l'expression de **la puissance** élémentaire dP (**Power**) extraite à travers la section annulaire du rotor.

5) Déduire de 4) les expressions du **couple** total Q et la **puissance** totale P

6) Montrer que la vitesse relative W(par rapport au repère lié aux pales) d'un point de l'air au voisinage d'une pale est donnée par : $W=\sqrt{V_0^2(1-a)^2 + r^2\Omega^2(1+a')^2}$

7) Montrer, par application de la **Blade Element Theory** que :

$$\boxed{dT = B\frac{1}{2}\rho W^2(C_L\cos\phi + C_D\sin\phi)cdr \quad et \quad dQ = B\frac{1}{2}\rho W^2(C_L\sin\phi - C_D\cos\phi)crdr}$$

   Où W est la vitesse relative de l'air par rapport à la pale et ϕ est l' angle apparent : angle entre le plan du rotor et la vitesse relative W. C_L et C_D sont les coefficients de portance et de trainée du profil de pale en r.

8) Déduire alors que : $\boxed{\dfrac{a}{1-a} = \dfrac{BcC_z}{8\pi r\sin^2\phi}}$ et $\boxed{\dfrac{a'}{1+a'} = \dfrac{BcC_y}{8\pi r\cos\phi\sin\phi}}$
   Avec : $C_z = C_L\cos\phi + C_D\sin\phi \; et \; C_y = C_L\sin\phi - C_D\cos\phi$

9) En définissant **le coefficient de plénitude** (**solidity**) local $\sigma = \dfrac{cB}{2\pi r}$, montrer que :

$$\boxed{a = \frac{1}{\frac{4\sin^2\phi}{\sigma C_z}+1}} \quad \text{et} \quad \boxed{a' = \frac{1}{\frac{4\sin\phi\cos\phi}{\sigma C_y}-1}} \; .$$

10) On souhaite **dimensionner** les pales pour une puissance maximale extraite :

a) Par application, dans le repère lié aux pales, du théorème de Bernoulli pour un élément annulaire de l'air de rayon r et d'épaisseur dr au voisinage du rotor entre les sections amont et aval, montrer que la force axiale élémentaire s'écrit : $\boxed{dT = 4a'(1+a')\rho\Omega^2 r^3 \pi dr}$

b) Par identification au résultat obtenu au 2°) montrer que : $\boxed{\dfrac{a(1-a)}{a'(1+a')} = \dfrac{\Omega^2 r^2}{V_0^2}}$, Soit encore en définissant $\boxed{\lambda = \Omega R/V_0}$ (**la vitesse spécifique en bout de pale** ou **Tip Speed Ratio**) et la vitesse spécifique locale $\boxed{\lambda_r = \lambda \dfrac{r}{R}}$ que : $\boxed{\dfrac{a(1-a)}{a'(1+a')} = \lambda_r^2}$

c) Montrer que le **coefficient de puissance** *Cp*(**Power coefficient**) s'écrit: $\boxed{C_P = \dfrac{8\lambda^2}{R^4}\int_0^R (1-a)a' r^3 dr}$

d) Montrer alors que la puissance est *Cp* est maximum lorsque : $\boxed{a' = \dfrac{1-3a}{4a-1}}$

e) Si l'on suppose C_D négligeable par rapport à C_L , montrer que l'angle apparent optimal et la **corde optimale** sont donnés par : et $\boxed{\phi_{opt} = \dfrac{2}{3}\tan^{-1}\dfrac{1}{\lambda_r}}$ et $\boxed{c_{opt}(r) = \dfrac{8\pi r}{BC_L}(1-\cos\phi_{opt})}$.Comment va-t-on déterminer **l'angle de vrillage (Twist) optimal** $\beta_{opt}(r)$?