

Electromagnétisme dans le vide

SMI4

Solution série n° : 1

Exercice-1 :

1. $i(t) = I_M \sin(\omega t - \phi)$

2. $\underline{u}(t) = U_M e^{j\omega t}$

$$Z = R + j \left(L\omega - \frac{1}{C\omega} \right) = |Z| e^{j\varphi}$$

$$|Z| = \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega} \right)^2}$$

$$\varphi = \text{arctg} \left(\frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R} \right)$$

$$\underline{i}(t) = I_M e^{j(\omega t - \phi)}$$

3. Loi d'Om : $\underline{u}(t) = z \cdot \underline{i}(t)$ soit $|\underline{u}(t)| = |z| \cdot |\underline{i}(t)|$

$$\arg \underline{u} = \arg Z \underline{i} = \arg z + \arg \underline{i} = 0$$

$$\arg \underline{i} = -\arg Z \text{ d'où } \phi = \varphi = \text{arctg} \left(\frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R} \right)$$

4. $I_M = \frac{U_M}{|Z|}$, Résonance $\Rightarrow I_M$ maximal $\Rightarrow |Z|$ minimal soit $L\omega - \frac{1}{C\omega} = 0$, d'où

$$LC\omega^2 = 1 \text{ soit } \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \text{ donc } f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

5. $\omega \rightarrow 0 \Rightarrow |Z| \rightarrow \infty \Rightarrow I_M \rightarrow 0$; si $\omega \rightarrow \infty \Rightarrow |Z| \rightarrow \infty \Rightarrow I_M \rightarrow 0$

$$\omega \rightarrow 0 \Rightarrow \text{arctg} \varphi \rightarrow -\infty \Rightarrow \varphi \rightarrow -\frac{\pi}{2} ; \omega \rightarrow \infty \Rightarrow \text{arctg} \varphi \rightarrow +\infty \Rightarrow \varphi \rightarrow \frac{\pi}{2}$$

$$\omega = \omega_0 \Rightarrow |I_M| = \frac{U_M}{R}$$

6. $P = U_e I_e \cos \varphi$

Exercice - 2

1. $Y = \frac{1}{R} + j\left(C\omega - \frac{1}{L\omega}\right)$
2. $\underline{u}(t) = U_M e^{j\omega t}$; $\underline{i}(t) = I_M e^{j(\omega t - \phi)}$; $Y = |Y| e^{j\varphi}$ avec $|Y| = \sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(C\omega - \frac{1}{L\omega}\right)^2}$ et
 $\varphi = \arctg\left(R\left(C\omega - \frac{1}{L\omega}\right)\right)$
3. $I_M = |Y|U_M$; $\phi = -\varphi = -\arctg\left(R\left(C\omega - \frac{1}{L\omega}\right)\right)$
4. Antirésonance $I_M = |Y|U_M$ minimal ; soit $L\omega - \frac{1}{C\omega} = 0$, d'où $LC\omega^2 = 1$ d'où
 $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ donc $f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$
5. $\omega \rightarrow 0 \Rightarrow |Y| \rightarrow \infty \Rightarrow I_M \rightarrow \infty$; $\omega \rightarrow \infty \Rightarrow |Y| \rightarrow \infty \Rightarrow I_M \rightarrow \infty$;
 $\omega = \omega_0 \Rightarrow |I_M| = \frac{U_M}{R}$

Exercice- 3

1. $P_1 = \frac{P_{u_1}}{\tau}$
2. $P_2 = \frac{P_{u_2}}{\tau}$
3. $Q_1 = P_1 \tan \phi_1$
4. $Q_2 = P_2 \tan \phi_2$
5. $P = 3P_1 + P_2 + P_3$ $Q = 3Q_1 + Q_2$
6. Pour chaque moteur à forage $I_1 = \frac{P_1}{U_e \cos \phi_1}$, pour le moteur d'ascenseur $I_2 = \frac{P_2}{U_e \cos \phi_2}$
pour le four électrique $I_3 = \frac{P_3}{U_e}$
7. a. $S = \sqrt{P^2 + Q^2} = U_e I_e$ $I_e = \frac{\sqrt{P^2 + Q^2}}{U_e}$
b. $\underline{i}(t) = 3\underline{i}_1(t) + \underline{i}_2(t) + \underline{i}(t)$ soit
 $I_e e^{j\phi} = 3I_1 e^{j\phi_1} + I_2 e^{j\phi_2} + I_3 = (3I_1 \cos \phi_1 + I_2 \cos \phi_2 + I_3) + j(3I_1 \sin \phi_1 + I_2 \sin \phi_2)$
d'où $I_e = \sqrt{(3I_1 \cos \phi_1 + I_2 \cos \phi_2 + I_3)^2 + (3I_1 \sin \phi_1 + I_2 \sin \phi_2)^2}$
8. $\phi = \arctg \frac{(3I_1 \sin \phi_1 + I_2 \sin \phi_2)}{(3I_1 \cos \phi_1 + I_2 \cos \phi_2 + I_3)}$
 $\Rightarrow \cos \phi = \cos \left(\arctg \frac{(3I_1 \sin \phi_1 + I_2 \sin \phi_2)}{(3I_1 \cos \phi_1 + I_2 \cos \phi_2 + I_3)} \right)$
9. Soit Q_C la puissance réactive à ajouté la nouvelle puissance réactive sera alors $Q' = Q + Q_C$

$$Q_C = Q' - Q = P \cos \phi' - P \cos \phi = P(\cos \phi' - \cos \phi)$$

$$10. Q_c = U_e I_c \sin \phi_c = U_e I_c \sin \left(-\frac{\pi}{2} \right) = -U_e I_c \text{ d'où}$$

$$U_e = \frac{I_c}{C\omega} \Rightarrow I_c = U_e C\omega \Rightarrow Q_c = -U_e^2 C\omega \Rightarrow C = -\frac{Q_c}{U_e^2 \omega}$$

$$11. S' = \sqrt{P^2 + Q'^2} = U_e I_e' \Rightarrow I_e' = \frac{\sqrt{P^2 + Q'^2}}{U_e'} \text{ avec } Q' = P.tg \phi'$$