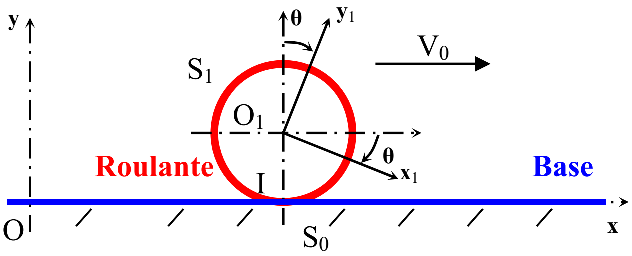


Exercice n°6

1) La vitesse de glissement en I de la roue (S_2) par rapport à la roue (S_1) est :

$$\vec{V}(I \in S/T) = \vec{V}(I \in S/R) - \vec{V}(I \in T/R)$$

avec

$$\vec{V}(I \in S/R) = \vec{V}(O \in S/R) + \vec{\Omega}(S/R) \wedge \vec{OI} = \vec{V}(O \in S/R) + \vec{\Omega}(S/R) \wedge (\vec{OC} + \vec{CI})$$

$$= \vec{0} + \dot{\theta}\vec{z} \wedge (e\cos\theta\vec{x} + e\sin\theta\vec{y} + r\vec{y})$$

$$= e\dot{\theta}\cos\theta\vec{y} - (e\sin\theta + r)\dot{\theta}\vec{x}$$

et

$$\vec{V}(I \in T/R) = \vec{V}(A \in T/R)\ (T \textit{ est en translation par rapport à } \Sigma)$$

$$= \left.\frac{d(\vec{OA})}{dt}\right|_{/R}$$

$$= \left.\frac{d\left[(r + e\sin\theta)\vec{y}\right]}{dt}\right|_{/R}$$

$$= e\dot{\theta}\cos\theta\vec{y}$$

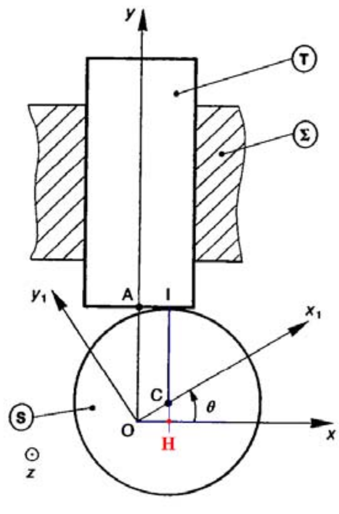
d'où

$$\vec{V}(I \in S/T) = \vec{V}(I \in S/R) - \vec{V}(I \in T/R) = (e\dot{\theta}\cos\theta\vec{y} - (e\sin\theta + r)\dot{\theta}\vec{x}) - (e\dot{\theta}\cos\theta\vec{y})$$

$$\Rightarrow \vec{V}(I \in S/T) = -(e\sin\theta + r)\dot{\theta}\vec{x}$$

2) .

a. Détermination graphique du (C.I.R.) H du mouvement plan sur plan du plan $\Pi_1(O_1, \vec{x}_1, \vec{y}_1)$ de S par rapport au plan $\Pi(A, \vec{x}, \vec{y})$ de T.



Le vecteur vitesse $\vec{V}(I \in S/T)$ du point $I \in S/T$ est // $\vec{x} \Rightarrow$ le point H est situé alors sur la droite passant par I et perpendiculaire à $\vec{x}$, parallèle donc à $\vec{y}$.

Le vecteur vitesse $\vec{V}(O \in S/T) = \left.\frac{d\vec{AO}}{dt}\right|_{/R_T} = \left.\frac{dAO\vec{y}}{dt}\right|_{/R_T} = \frac{dAO}{dt}\vec{y}$

du point $O \in S/T$ est // $\vec{y} \Rightarrow$ le point H est situé alors sur la droite passant par O et perpendiculaire à $\vec{y}$, parallèle donc à

$\vec{x}$.

$\Rightarrow \quad H = (I, \vec{y}) \cap (O, \vec{x})$ (voir figure)

b. Détermination analytique du (C.I.R.) H du mouvement plan sur plan du plan $\Pi_1(O_1, \vec{x}_1, \vec{y}_1)$ de S par rapport au plan $\Pi(A, \vec{x}, \vec{y})$ de T.

$$\overrightarrow{IH} = \frac{\vec{\Omega}(S/T) \wedge \vec{V}(I \in S/T)}{\left\|\vec{\Omega}(S/T)\right\|^2} = \frac{\dot{\theta}\vec{z} \wedge -(e\sin\theta + r)\dot{\theta}\vec{x}}{\dot{\theta}^2} = -(e\sin\theta + r)\vec{y} = \overrightarrow{AO}$$

D'où H est l'intersection de la droite passant par I et // à $\overrightarrow{AO}$, donc $\vec{y}$, et la droite $(O, \vec{x})$.

3)

- **Base**

Le vecteur position du point H par rapport au repère lié à Π donc à (T) est $\overrightarrow{AH}$ qui vaut:

$$\overrightarrow{AH} = \overrightarrow{AI} + \overrightarrow{IH} = e\cos\theta\vec{x} - (r + e\sin\theta)\vec{y} = x_H\vec{x} + y_H\vec{y}$$

On peut écrire que x_H et y_H vérifient:

$$x_H^2 + (y_H + r)^2 = e^2$$

La base est donc le cercle de centre C' de coordonnées (0,-r) dans le repère $(A, \vec{x}, \vec{y})$ lié à Π

- **Roulante**

Le vecteur position du point H par rapport au repère lié à Π_1 donc à (S) est $\overrightarrow{OH}$ qui vaut:

$$\overrightarrow{OH} = e\cos\theta\vec{x}$$

Exprimons le dans la base $(\vec{x}_1, \vec{y}_1)$ lié à Π_1

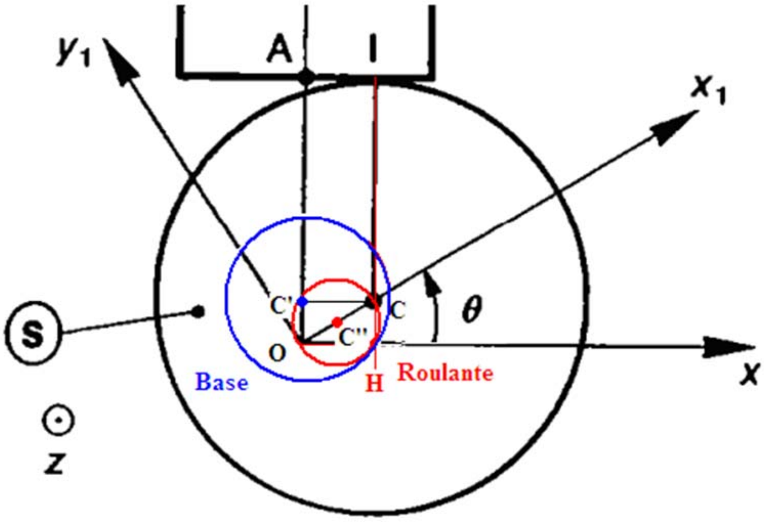
$$\overrightarrow{OH} = e\cos\theta\vec{x} = e\cos\theta(\cos\theta\vec{x}_1 - \sin\theta\vec{y}_1) = e(\cos\theta)^2\vec{x}_1 - e\cos\theta\sin\theta\vec{y}_1 = \frac{e}{2}(1-\cos 2\theta)\vec{x}_1 - \frac{e}{2}\sin 2\theta\vec{y}_1$$

d'où $\overrightarrow{OH} = x_{1H}\vec{x}_1 + y_{1H}\vec{y}_1$ **tels que** $\begin{cases} x_{1H} = \frac{e}{2}(1-\cos 2\theta) \\ y_{1H} = -\frac{e}{2}\sin 2\theta \end{cases}$

x_{1H} et y_{1H} vérifient: $\left(x_{1H} - \frac{e}{2}\right)^2 + y_{1H}^2 = \left(\frac{e}{2}\right)^2$

La roulante est donc le cercle de centre C'' de coordonnées $(0,\frac{e}{2})$ dans le repère

$(O,\vec{x}_1,\vec{y}_1)$ lié à Π_1



Exercice 7:

2- Déterminer le torseur cinématique du mouvement du solide S_1 par rapport au solide S_0 au point O $\{V(S_1/S_0)\}_O$. En déduire $\vec{V}(G_1 \in S_1/S_0)$ et $\vec{V}(G_2 \in S_1/S_0)$.

$$\{\mathcal{V}(S_1/S_0)\}_O = \begin{Bmatrix} \vec{\Omega}(S_1/S_0) \\ \vec{V}(O \in S_1/S_0) \end{Bmatrix}_O = \begin{Bmatrix} \dot{\theta}_1 \vec{y}_0 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_O$$

- $\vec{V}(G_1 \in S_1/S_0) = \vec{V}(0 \in S_1/S_0) + \vec{\Omega}(S_1/S_0) \wedge \overrightarrow{OG_1}$

$$= \vec{0} + \dot{\theta}_1 \vec{y}_0 \wedge l\vec{x}_1$$

$$\vec{V}(G_1 \in S_1/S_0) = -l\dot{\theta}_1 \vec{z}_1$$

- $\vec{V}(G_2 \in S_1/S_0) = \vec{V}(0 \in S_1/S_0) + \vec{\Omega}(S_1/S_0) \wedge \overrightarrow{OG_2}$

$$= \vec{0} + \dot{\theta}_1 \vec{y}_0 \wedge h\vec{x}_1$$

$$\vec{V}(G_2 \in S_1/S_0) = -h\dot{\theta}_1 \vec{z}_1$$

3- Déterminer le torseur cinématique du mouvement du solide S_2 par rapport au solide S_0 au point G_2 : $\{V(S_2/S_0)\}_{G_2}$. En déduire $\vec{V}(P \in S_2/S_0)$.

$$\{\mathcal{V}(S_2/S_0)\}_{G_2} = \begin{Bmatrix} \vec{\Omega}(S_2/S_0) \\ \vec{V}(G_2 \in S_2/S_0) \end{Bmatrix}_{G_2} = \begin{Bmatrix} \dot{\theta}_2 \vec{y}_0 \\ \vec{V}(G_2 \in S_2/S_1) + \vec{V}(G_2 \in S_1/S_0) \end{Bmatrix}_{G_2} = \begin{Bmatrix} \dot{\theta}_2 \vec{y}_0 \\ \vec{0} - h\dot{\theta}_1 \vec{z}_1 \end{Bmatrix}_{G_2}$$