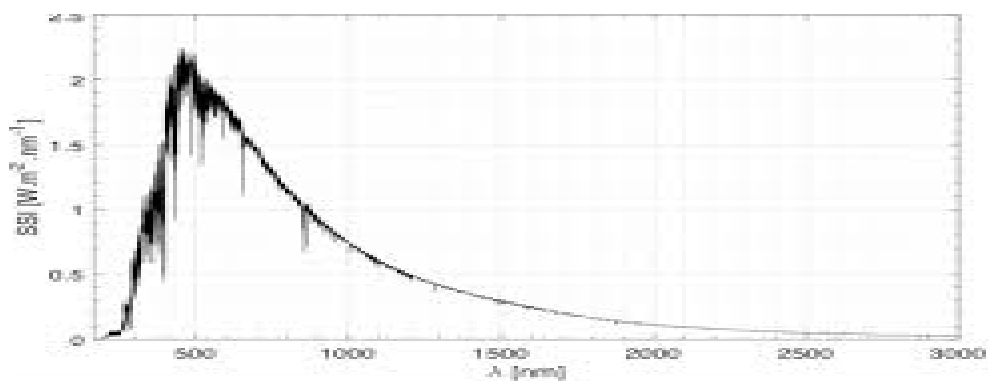

UCD
FACULTÉ DES SCIENCES
EL JADIDA



COURS ET EXERCICES DE PHYSIQUE ATOMIQUE

*Cours et exercices sans solutions.
Destiné aux étudiants de
Licence en physique
à la faculté des sciences
ELJADIDA*



SMP
S6

K. Laghdas
Fac. des Sciences
Univ. Chouaib Doukkali
El-Jadida
Maroc

Année Universitaire 2019-20

Table des matières

1	Introduction	3
2	Aspect corpusculaire de la lumière	7
2.1	Rayonnement thermique	9
2.1.1	Corps noir	9
2.2	Effet photoélectrique	14
2.2.1	Dispositif de l'expérience	15
2.2.2	Observations	16
2.2.3	Limites de l'interprétation classique	17
2.2.4	Rendement quantique	17
2.2.5	Photoionisation	18
2.3	Collision élastique avec des photons : Effet Compton	19
2.3.1	Etude Théorique de l'effet Compton	20
2.3.2	Electron Compton	21
3	Spectres optiques	23
3.1	Spectre de raies.	23
3.1.1	Principe de combinaison et loi de Bohr	23
3.2	Causes d'élargissement des raies spectrales	26
3.2.1	Largeur naturelle	26
3.2.2	Largeur collisionnelle.	26
3.2.3	Elargissement par effet Stark.	26
3.2.4	Elargissement par effet Zeeman.	26
3.2.5	Elargissement Doppler.	27
4	Structure de l'atome	29
4.1	Modèles classiques	29
4.1.1	Modèle statique	29
4.1.2	Modèle planétaire.	29
4.1.3	Modèle de Bohr	30
4.1.4	Généralisation du modèle de Bohr : Modèle de Sommerfeld	32
4.2	Spectre de rayons X	34
4.2.1	Spectre d'absorption	34
4.2.2	Spectres de vitesses des électrons :	35
4.2.3	Spectre d'émission des rayons X	36
4.2.4	Loi de Moseley	39
4.3	Expérience de Stern-Gerlach	41
4.3.1	Dispositif expérimental	41
4.3.2	Quantification du moment cinétique	43
4.3.3	Magnéton de Bohr et facteur de Landé	44

Chapitre 1

Introduction

Ce cours est adressé aux étudiants du deuxième cycle universitaire. En réalité ce cours n'est qu'une introduction à la physique atomique. Il reprend les grandes expériences qui ont conduit à l'élaboration du concept moderne de l'atome et la compréhension des processus d'émission et d'absorption de la lumière par la matière. Le premier chapitre traitera le rayonnement électromagnétique et mettra en évidence l'incapacité du concept ondulatoire d'interpréter les résultats d'expériences telles que le rayonnement du corps noir, l'effet photoélectrique ou encore l'effet Compton. A chaque fois nous verrons qu'il est indispensable d'attribuer une description à la lumière en tant que corpuscul non-matériel : Le photon. Dans le second et le troisième chapitre on abordera l'étude de la structure de l'atome. Pour ce faire nous exposerons les spectres d'émission et d'absorption de l'hydrogène et le modèle de Bohr qui montre clairement les insuffisances de la mécanique Newtonienne. La physique atomique ne s'est développée véritablement qu'après la naissance et le développement de la mécanique quantique. Cependant un cours de mécanique quantique peut faire place suffisante au cours de physique atomique. Mais pour faciliter l'assimilation à des esprits neufs, on enseigne séparément les deux cours.

Quels sont les grandes étapes de développement de la science qui ont conduit à l'élaboration du concept de l'atome ?

D'abord en chimie avec l'hypothèse moléculaire.

- Au cours du 19^{ème} siècle Dalton a eu l'intuition que les espèces chimiques sont constituées par une seule unité de base, la molécule, qui elle-même est constituée de particules "indestructibles" ; les atomes.
- En 1811 Avogadro précisa ce point en énonçant que des volumes égaux de gaz contiennent des nombres égaux de molécules.

À partir de ces deux propositions, la chimie ainsi que la physique ont connu un grand développement. On cite à titre d'exemple la naissance de la théorie cinétique des gaz et la première évaluation du nombre d'Avogadro vers 1875

$$\mathcal{N}_A = 6.022 \times 10^{26} \text{ kmol}^{-1}$$

1- Découverte de l'électron

- D'abord par Faraday dans les expériences d'électrolyse
- Puis par J. J. Thomson (1887) : Étude des rayons cathodiques, ce qui a permis une mesure de la charge spécifique e/m .
- Enfin, Millikan (1909) a effectué une mesure directe de la charge de l'électron.

1.1 Expériences d'électrolyse

Les expériences d'électrolyse ont amené Faraday à découvrir la nature discrète des charges électriques.

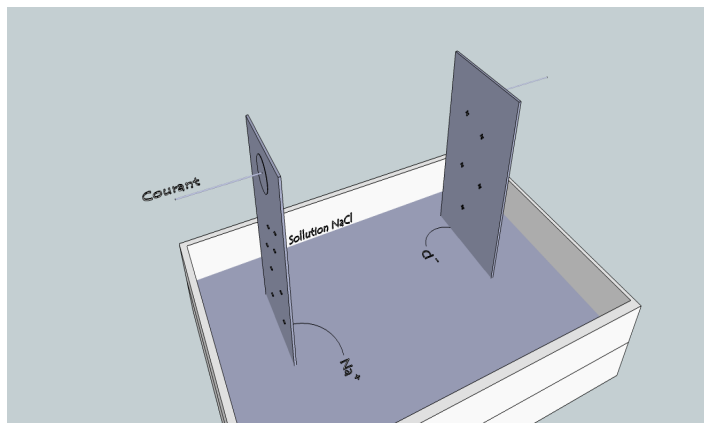


FIGURE 1.1 – Expérience d'électrolyse

les deux électrolytes. Soit

$$N = n\mathcal{N}_A \quad (1.3)$$

avec \mathcal{N}_A le nombre d'Avogadro. Si dans l'expérience on dispose d'un atome-gramme de substance donc

$$N = \mathcal{N}_A$$

et

$$Q = F$$

qui est la quantité de charge véhiculée par un atome-gramme d'ions monovalents et porte le nom de celui qui l'a découvert : Faraday.

$$F = 96491C.$$

Avec l'hypothèse que tous les ions portent la même charge en valeur absolue, la charge Q doit être équirépartie sur les \mathcal{N}_A ions positifs ou négatifs. Par conséquent Chaque ion porte une charge

$$\pm \frac{F}{\mathcal{N}_A} = \pm e$$

Dans le cas d'une solution bivalente ou trivalente, la charge portée par un ion peut atteindre le double ou le triple de cette même valeur $\pm \frac{F}{\mathcal{N}_A}$. Le seul moyen qui nous permet de donner une interprétation correcte des résultats de cette expérience est de supposer l'existence, au sein de l'atome, de particules chargées négativement qui peuvent s'échanger entre les atomes. Les atomes donneurs sont chargés positivement et les atomes receveurs sont chargés négativement.

Suite à ces résultats et aux résultats d'autres expériences similaires, particulièrement en Chimie, les scientifiques ont assimilé, pendant longtemps, l'atome à une matrice chargée positivement dans laquelle baigne des particules chargées négativement (électrons de charge $-e = -1.602 \times 10^{-19}C$). Au sein d'un atome neutre il y a autant de charges positive que négative, de telle sorte que le bilan est nul.

Soit Q la quantité de charge transportée dans chacun des électrolytes. La quantité de substance libérée dans les solutions d'ions monovalents (par exemple Na^+ et Cl^- ; voir figure 1.1) sera proportionnelle au poids atomique des ions.

$$m_{Cl} = nM_{Cl} \quad (1.1)$$

$$m_{Na} = nM_{Na} \quad (1.2)$$

où n est le nombre de moles de la substance.

Le nombre d'ions qui ont transporté la charge Q est le même dans

1.2 expérience de Millikan

Elle consiste en la mesure de la charge électrique de petites gouttelettes d'huile.

L'air régnant entre les plaques a une densité ρ_a .

Sur une bille sphérique de rayon a et de densité ρ , donc de poids

$$mg = \frac{4}{3}\pi a^3 \rho g \quad (1.4)$$

agit selon le principe d'Archimède une force dirigée vers le haut

$$F_a = \frac{4}{3}\pi a^3 \rho_a g \quad (1.5)$$

Puisque le mouvement d'une fine gouttelette d'huile est uniforme, le poids est donc équilibré par la résistance de l'air et la poussée d'Archimède, soit :

$$\frac{4}{3}\pi a^3 (\rho - \rho_a) g = F_r. \quad (1.6)$$

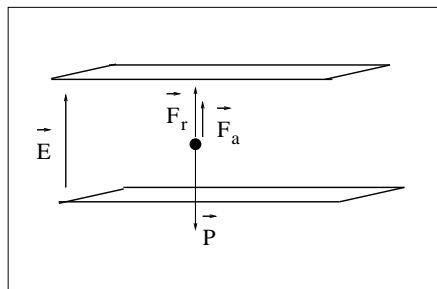


FIGURE 1.2 – Schéma de l'expérience de Millikan

D'après la loi de Stokes, si une particule de forme sphérique se déplace dans un fluide de viscosité η , alors celle-ci est soumise à une force de résistance au mouvement

$$F_r = 6\pi\eta a v_g, \quad (1.7)$$

ce qui donne

$$a = \frac{3}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{\eta v_g}{(\rho - \rho_a) g}}. \quad (1.8)$$

Nous avons ainsi établi une relation entre la vitesse de la chute et le rayon de la gouttelette.

Si on applique maintenant un champ électrique \vec{E} entre les armatures, de telle sorte que la gouttelette monte vers le haut avec une vitesse v_e , on obtient

$$qE = \frac{4}{3}\pi a^3 (\rho - \rho_a) g + 6\pi\eta a v_e. \quad (1.9)$$

En remplaçant dans cette équation le terme $\frac{4}{3}\pi a^3 (\rho - \rho_a) g$ par $6\pi\eta a v_g$ conformément aux équations (1.6) et (1.7) on obtient

$$qE = 6\pi\eta a (v_g + v_e). \quad (1.10)$$

Plus haut nous avons pu exprimer le rayon de la gouttelette d'huile en fonction de sa vitesse de chute v_g , par conséquent

$$q = 9\sqrt{2} \frac{\pi}{E} \eta^{3/2} \sqrt{\frac{v_g}{(\rho - \rho_a) g}} (v_g + v_e). \quad (1.11)$$

Nous pouvons modifier la charge de la gouttelette en ionisant l'air entre les plaques à l'aide des rayons X . Pour le même champ électrique \vec{E} , la vitesse de montée devient alors v'_e . Notons par q_1 la nouvelle valeur de la charge de la gouttelette :

$$q_1 = 9\sqrt{2} \frac{\pi}{E} \eta^{3/2} \sqrt{\frac{v_g}{(\rho - \rho_a) g}} (v_g + v'_e). \quad (1.12)$$

Avec la même gouttelette nous pouvons effectuer plusieurs mesures en profitant d'une suite de mouvement de chute et de montée selon que le champ électrique est appliqué ou non, mais à chaque fois la gouttelette porte une charge différente sous l'effet des rayons X . Avec un petit nombre de mesures de charges q_i nous pouvons obtenir un assez grand nombre de valeurs Δq_{ij} exprimant la différence entre deux valeurs quelconques q_i et q_j :

$$\Delta q_{ij} = q_i - q_j = 9\sqrt{2} \frac{\pi}{E} \eta^{3/2} \sqrt{\frac{v_g}{(\rho - \rho_a) g}} (v'_{ei} - v'_{ej}). \quad (1.13)$$

On montre à l'aide de cette série de mesures que tous les Δq_{ij} sont des multiples entiers d'une certaine quantité " $e = 1.602 \times 10^{-19}C$ " appelée atome de charge électrique ou électron. L'expérience de J. J. Thomson (Rayons cathodiques) ont permis la mesure de la charge spécifique $\frac{e}{m}$ et la déduction de la masse de l'électron

$$m_e = 9.109 \times 10^{-31}kg$$

2- Découverte du noyau

L'atome étant électriquement neutre, il doit contenir autant de charges positives que négatives. La question est de savoir maintenant comment ces charges sont-ils distribuées au sein de l'atome.

En 1911, Rutherford a prouvé expérimentalement que la totalité de la charge positive est contenue dans un volume très petit par rapport à celui de l'atome et situé au centre. Ce volume est le noyau de l'atome. Le proton et le neutron, les deux éléments constitutifs du noyau, ont été découverts ultérieurement en 1919 et 1932 respectivement. Ces découvertes vont donner un nouveau souffle au développement de la physique atomique.

3- Electromagnétisme

La théorie d'électromagnétisme est étroitement liée à la physique atomique. Elle étudie les interactions entre les particules chargées et champs électromagnétiques.

Le rayonnement électromagnétique d'une particule chargée accélérée ou freinée est une des conséquences les plus importantes de cette partie de la physique. Cette théorie a eu un grand succès, c'est pourquoi certaines théories modernes du rayonnement utilisent encore pour point de départ de nombreux résultats de cette théorie classique de l'électromagnétisme.

La théorie classique du rayonnement a eu comme même quelques difficultés parfois très graves :

- Incapable d'expliquer le rayonnement thermique du corps noir.
- Incapable d'expliquer l'effet photoélectrique et la photoionisation.
- Incapable d'expliquer les spectres de raies d'émission ou d'absorption de la lumière par les atomes.
- ...

Chapitre 2

Aspect corpusculaire de la lumière

Emission de lumière en physique classique

Après la découverte des électrons, on a interprété l'émission de la lumière par un atome comme résultat d'oscillation des électrons autour de la position d'équilibre.

Le moment dipolaire $\vec{P} = e\vec{r}$ est un vecteur dirigé de la charge $-e$ vers la charge $+e$.

Ce schéma reflète exactement l'idée de base du modèle statique de l'atome qui considère que celui-ci est une matrice de charge positives contenant des électrons qui baignent dans cette dernière formant ainsi, en première approximation, un ensemble de dipôles électriques.

La particule chargée positivement, étant très lourde, est considérée comme centre de masse immobile et c'est l'électron qui effectue des oscillations autour de sa position d'équilibre. Cette oscillation du dipôle électrique entrainera l'émission d'une onde électromagnétique.

Regardons à présent le schéma de la figure (2.3)

On considère que la charge $+e$ comme origine de notre référentiel O . Le vecteur \vec{P} est représenté à partir de cette origine.

Considérons un point M quelconque distant de R par rapport à O . Posons

$$(\vec{P}, \vec{R}) = \theta \quad (2.1)$$

L'électromagnétisme stipule que les champs électrique \mathcal{E} et magnétique \mathcal{H} au point M sont orthogonaux et égaux en module

$$|\vec{\mathcal{E}}| = |\vec{\mathcal{H}}| = \frac{\ddot{P}(t - \frac{R}{c})}{c^2 R} \sin \theta. \quad (2.2)$$

La densité u d'énergie du champs électromagnétique

$$\begin{aligned} u &= \frac{1}{8\pi} (\mathcal{E}^2 + \mathcal{H}^2) \\ &= \frac{1}{4\pi} \mathcal{E}^2 \end{aligned} \quad (2.3)$$

Dans ce qui précède on utilise le système d'unité *C.G.S.*

Le champ électromagnétique se propage à la vitesse de la lumière dans le vide c , donc en une seconde s'écoule une quantité d'énergie à travers une surface unitaire de $1cm^2$

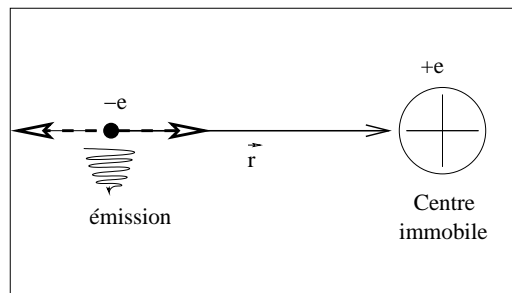


FIGURE 2.1 – La charge $+e$ étant lourde est supposée comme centre de masse. L'électron effectue des oscillations autour de sa position d'équilibre. Le moment dipolaire à tout instant est $\vec{p}(t) = e\vec{r}(t)$.

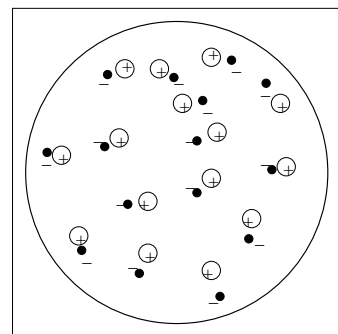


FIGURE 2.2 – Schéma du modèle statique de l'atome.

$$\phi_u = u.c = \frac{c}{4\pi} \mathcal{E}^2 \quad (2.4)$$

Cette quantité représente également le flux d'énergie en M . En y portant la valeur de \mathcal{E} donnée par (2.2) on obtient

$$\phi_u = \frac{e^2 \ddot{r}^2}{4\pi c^3 R^2} \sin^2 \theta. \quad (2.5)$$

On constate que l'intensité du rayonnement est proportionnelle au carré de l'accélération et inversement proportionnelle au carré du rayon de la sphère de centre O et de rayon R , donc à sa surface. De plus elle dépend de l'angle θ et on voit clairement que le flux est maximum sur la direction perpendiculaire comme schématisé ci-dessous.

Energie moyenne émise par un dipôle en oscillation.

La quantité totale d'énergie émise par oscillateur par unité de temps est :

$$W_u = \int_S \phi_u ds \quad (2.6)$$

où S , comme indiqué sur la figure ci-dessous, désigne la surface d'une sphère de centre O de rayon R .

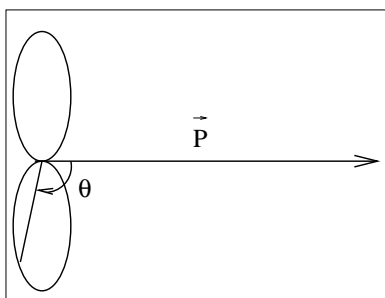


FIGURE 2.4 – Représentation graphique du flux d'énergie sur un diagramme polaire.

ou encore

$$\ddot{p} = -4\pi^2 \nu^2 p_0 \cos(2\pi \nu t) \quad (2.11)$$

Dans la pratique, un expérimentateur ne prélève que les valeurs moyenne d'une grandeur et non les valeurs instantannées ; c'est pourquoi il est utile d'établir la valeur moyenne sur le temps de W_u :

$$\overline{W_u} = \frac{2\omega^4}{3c^3} p_0^2 \overline{\cos^2 \omega t} \quad (2.12)$$

or $\overline{\cos^2 \omega t} = 1/2$ ce qui implique que

$$\overline{W_u} = \frac{\omega^4 p_0^2}{3c^3} \quad (2.13)$$

et si l'oscillation de l'électron se fait suivant une seule direction, x par exemple,

$$x = a \cos \omega t \quad (2.14)$$

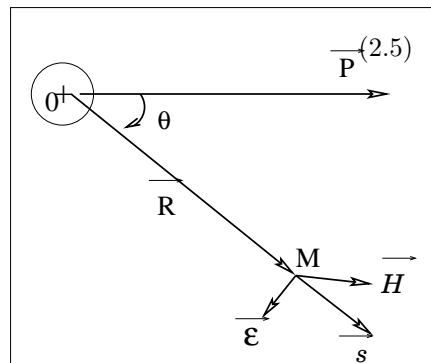


FIGURE 2.3 – Champs électromagnétique en un point M quelconque.

En coordonnées sphériques ds s'écrit :

$$ds = R^2 \sin \theta d\theta d\varphi. \quad (2.7)$$

Nous pouvons calculer sans peine l'intégrale précédente :

$$W_u = \frac{2\ddot{p}^2}{3c^3} \quad (2.8)$$

Si le moment dipolaire varie comme les oscillateurs har-

moniques, c'est à dire

$$p = p_0 \cos \omega t \quad (2.9)$$

alors

$$\ddot{p} = -\omega^2 p_0 \cos \omega t \quad (2.10)$$

alors

$$\overline{W}_u = \frac{\omega^4 e^2 a^2}{3c^3}. \quad (2.15)$$

Perte d'énergie par l'oscillateur.

Jusqu'ici on n'a pas pris en considération la perte d'énergie de l'oscillateur alors qu'en réalité celle-ci diminue suite au processus d'émission du rayonnement par le dipôle.

L'énergie moyenne perdue par le dipôle par unité de temps

$$\overline{W}_u = \frac{\omega^4 e^2 a^2}{3c^3} = -\frac{dW}{dt} \quad (2.16)$$

le signe moins est introduit pour tenir compte du fait que $dW < 0$. L'énergie totale de l'oscillateur harmonique est

$$W = \frac{1}{2} m a^2 \omega^2. \quad (2.17)$$

où m est la masse de l'électron oscillant. A l'aide des équations (2.16) et (2.17) on peut déduire le rapport

$$\frac{dW}{W} = -\frac{2\omega^2 e^2}{3mc^3} dt \quad (2.18)$$

soit, en posant $\gamma = 2\omega^2 e^2 / 3mc^3$:

$$W = W_0 e^{-\gamma t} \quad (2.19)$$

Posons maintenant $\gamma = 1/\tau$ puisque γ est exprimé en s^{-1} . Or l'énergie du dipôle diminue suivant une loi exponentielle et en $t = \tau$ l'énergie qu'emmagasine ce dernier n'est plus que de

$$W(\tau) = \frac{W_0}{e} \quad (2.20)$$

où $e \approx 2.74$. En qualité d'expérience, le temps τ est très important et est appelé temps de relaxation.

2.1 Rayonnement thermique

Lorsqu'on chauffe un objet matériel, celui-ci émet des ondes électromagnétiques. Ces ondes passent de l'infra-rouge au rouge foncé, rouge clair, puis un peu jaunâtre et finalement blanc.

Après le jaune il émet le bleu et puis le vert ce qui fait qu'à une certaine température l'objet émet toutes les couleurs et la résultante est blanche.

exemple

Le fil de tungstène à $3000^\circ C$ émet une lumière qui n'est pas assez blanche que le soleil qui a une température de $6000^\circ C$ et le soleil à son tour est moins blanc que l'étoile Vega qui a une température de $14000^\circ C$.

Ces sources de lumières possèdent un spectre continu c.à.d une suite continue de toutes les longueurs d'onde.

Le rayonnement du corps noir est un des phénomènes ne pouvant s'expliquer qu'en supposant l'aspect corpusculaire de la lumière.

2.1.1 Corps noir

Supposons une enceinte close à parois portés à une température T . Les parois de l'enceinte émettent des ondes électromagnétiques et absorberont les ondes provenant de l'intérieur.

A l'équilibre entre les processus d'émission et d'absorption, et comme le rayonnement se propage à vitesse finie c , il s'établira à l'intérieur de l'enceinte un champ E.M de densité d'énergie constante

$$u = \frac{1}{8\pi} (\mathcal{E}^2 + \mathcal{H}^2). \quad (2.21)$$

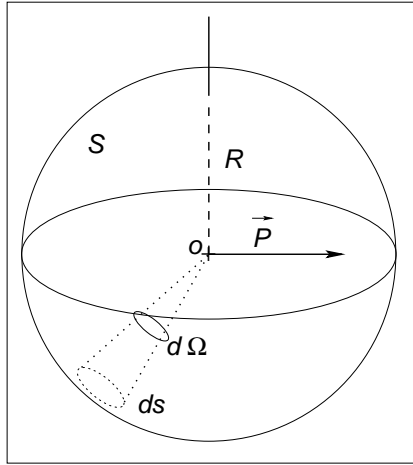


FIGURE 2.5 – S est la surface de la sphère de centre o et de rayon R . Un élément de surface " ds " de cette sphère s'écrit en coordonnées sphériques polaires $R^2 \sin \theta d\theta d\varphi$.

La luminance surfacique I est définie comme le flux énergétique $d\Phi$ traversant en l'unité de temps l'aire unitaire dS et se propageant à l'intérieur de l'angle solide unitaire $d\Omega$ dans la direction θ par rapport à la normale de cette aire.

$$d\Phi = IdS \cos \theta d\Omega, \quad (2.22)$$

le flux total est

$$\Phi = dS \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi/2} I \sin \theta \cos \theta d\theta \quad (2.23)$$

Si le rayonnement est isotrope, c'ad I est indépendant de l'angle alors

$$\Phi = \pi IdS. \quad (2.24)$$

La luminance surfacique est liée à la densité volumique du rayonnement. Dans le cas d'un rayonnement polarisé linéaire

$$u = \frac{4\pi}{c} I. \quad (2.25)$$

Sur un intervalle de fréquence $d\nu$, la densité volumique du spectre du_ν est proportionnelle à $d\nu$

$$du_\nu = \rho_\nu d\nu, \quad (2.26)$$

le coefficient ρ_ν est la densité volumique spectrale de rayonnement.

$$u = \int_0^\infty du_\nu = \int_0^\infty \rho_\nu d\nu. \quad (2.27)$$

Par analogie à ρ_ν , on peut introduire la luminance spectrale surfacique de rayonnement I_ν comme :

$$\begin{aligned} \rho_\nu &= \frac{4\pi}{c} I_\nu && \text{Rayonnement polarisé linéaire} \\ \rho_\nu &= \frac{8\pi}{c} I_\nu && \text{Rayonnement isotrope non polarisé} \end{aligned}$$

Loi de Kirchhoff

Kirchhoff a montré que la densité spectrale de rayonnement ρ_ν est indépendante de la nature des corps se trouvant à l'intérieur de l'enceinte. Il a trouvé ensuite une relation entre les pouvoirs émissif et absorbant du corps de fréquence considérée d'une part et la luminance spectrale I_ν d'autre part.

Le pouvoir émissif E_ν est l'énergie émise par unité de surface du corps en une seconde.

Le pouvoir absorbant r_ν ($0 \leq r_\nu \leq 1$) est un nombre sans dimension, il exprime le rapport entre l'énergie rayonnante absorbée par le corps sur l'énergie incidente, dans la bande de fréquence $(\nu, \nu + d\nu)$.

La relation établie par Kirchhoff est

$$\frac{E_\nu}{r_\nu} = I_\nu = \frac{c}{8\pi} \rho_\nu. \quad (2.28)$$

Du fait que ρ_ν (ou I_ν) est indépendant de la nature du corps, il est évident que le rapport E_ν/r_ν l'est aussi.

La densité spectrale du rayonnement est une fonction universelle dépendant uniquement de la température et de la fréquence.

Le corps noir est celui qui possède la valeur maximale de E_ν ; soit encore celui dont le pouvoir absorbant est de 100% (c'ad absorbe toute la radiation incidente), ce qui signifie, en d'autres termes que le pouvoir émissif du corps noir est une fonction universelle.

C'est pour cette raison que si on trouve théoriquement une expression de $\rho(\nu, T)$ (qui doit être également confirmée par l'expérience), on peut calculer la distribution de l'énergie dans le spectre de n'importe quel corps puisqu'on peut connaître son pouvoir absorbant.

Réalisation pratique du corps noir

A l'aide de la loi de Kirchhoff nous pouvons concevoir la construction artificielle du corps noir.

On réalise une enceinte creuse à parois uniformément chauffées. Si un rayon lumineux est produit à l'intérieur de l'enceinte, celui-ci finit par être entièrement absorbé par les parois internes après un certain nombre de réflexions. La taille de l'orifice étant très petite empêche la lumière de s'en échapper. Le pouvoir absorbant est donc de cent 100%. Il s'établit un état d'équilibre thermodynamique où la quantité d'énergie émise par les parois équivaut celle absorbée.

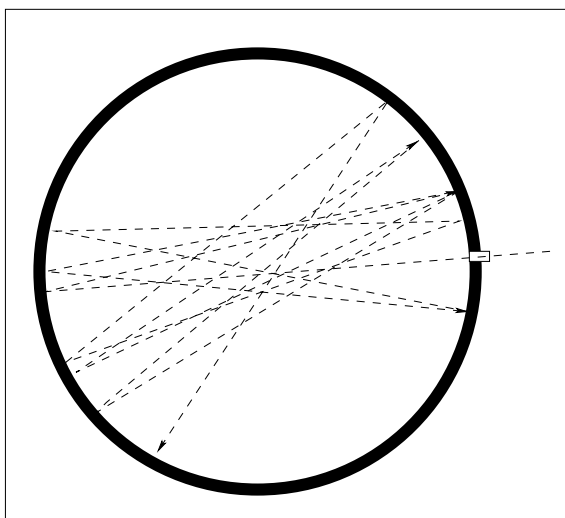


FIGURE 2.6 – Un rayon lumineux finit par être entièrement absorbé après une infinité de réflexions à l'intérieur de l'enceinte.

Lois de rayonnement du corps noir théorique

Wien a montré que la loi de Kirchhoff peut se mettre sous la forme suivante :

$$\rho_\nu d\nu = \nu^3 F\left(\frac{\nu}{T}\right) d\nu \quad (2.29)$$

où $F\left(\frac{\nu}{T}\right)$ est une fonction universelle dépendant d'une seule variable $\frac{\nu}{T}$ au lieu de deux variables ν et T . Ceci permet de déduire la distribution spectrale de l'énergie pour toute valeur de la température à partir de la donnée de cette distribution pour une valeur particulière de la température. En effet, si on se donne une fonction $\rho(\nu, T)$, nous pouvons calculer $\rho(\nu_1, T_1)$ à condition que

$$\frac{\nu_1}{T_1} = \frac{\nu}{T} \quad \text{càd} \quad \nu_1 = T_1 \frac{\nu}{T} \quad (2.30)$$

ce qui conduit à

$$\rho(\nu_1, T_1) = \nu_1^3 F\left(\frac{\nu_1}{T_1}\right) \quad (2.31)$$

$$= \left(\frac{T_1}{T}\right)^3 \nu^3 F\left(\frac{\nu}{T}\right) \quad (2.32)$$

$$= \left(\frac{T_1}{T}\right)^3 \rho(\nu, T). \quad (2.33)$$

Le rayonnement d'équilibre aura une distribution spectrale de l'énergie identique à celle du corps noir théorique.

A l'aide de cette technique, nous pouvons mesurer expérimentalement la densité spectrale de l'énergie émise par le corps noir porté à une température T .

En plaçant un bolomètre devant l'orifice, nous pouvons prélever la densité spectral du rayonnement émergeant de cet orifice.

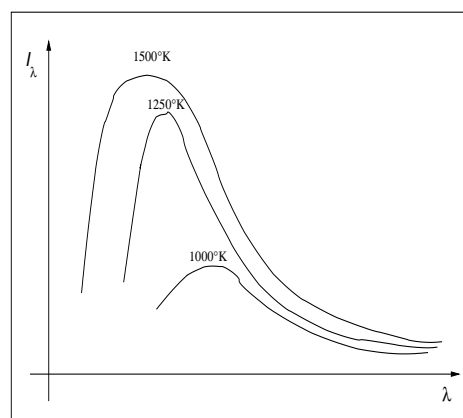


FIGURE 2.7 – Densité spectrale de rayonnement en fonction de la longueur d'onde.

Les points forts de la formule de Wien sont les suivants : D'abord elle nous permet de retrouver la loi de Stefan-Boltzmann de façon simple en calculant la densité intégrale de rayonnement u :

$$u = \int_0^{\infty} \rho_{\nu} d\nu = \int_0^{\infty} \nu^3 F\left(\frac{\nu}{T}\right) d\nu. \quad (2.34)$$

Posons $\xi = \frac{\nu}{T}$ il vient

$$u = T^4 \int_0^{\infty} \xi^3 F(\xi) d\xi. \quad (2.35)$$

soit en notant $\int_0^{\infty} \xi^3 F(\xi) d\xi = \sigma$

$$u = \sigma T^4, \quad (2.36)$$

de plus la formule de Wien nous permet d'établir la loi bien connue du déplacement de Wien. Pour ce faire utilisons la distribution d'énergie en longueurs d'ondes au lieu des fréquences ;

$$\rho_{\nu} d\nu = \rho_{\lambda} d\lambda \quad \text{avec} \quad \nu = \frac{c}{\lambda}, \quad |d\nu| = \frac{c}{\lambda^2} d\lambda \quad (2.37)$$

il vient

$$\rho_{\lambda} d\lambda = \frac{c^4}{\lambda^5} F\left(\frac{c}{\lambda T}\right) d\lambda. \quad (2.38)$$

Le maximum est atteint lorsque $\frac{d\rho_{\lambda}}{d\lambda} = 0$, soit encore

$$\frac{c^4}{\lambda^6} \left(\frac{c}{\lambda T}\right) F'\left(\frac{c}{\lambda T}\right) + 5 \frac{c^4}{\lambda^6} F\left(\frac{c}{\lambda T}\right) = 0. \quad (2.39)$$

Posons $\zeta = \frac{c}{\lambda T}$

$$\zeta F'(\zeta) + 5F(\zeta) = 0. \quad (2.40)$$

Admettons que $\zeta = \zeta_0$ est solution de cette équation, ceci conduit à

$$\frac{c}{\lambda_{max} T} = \zeta_0 \quad \text{ou} \quad \lambda_{max} T = \text{constante} = b \quad (2.41)$$

c'est la loi de déplacement de Wien.

Formule de Rayleigh-Jeans

Les parois de l'enceinte à toute température émettent des ondes électromagnétiques sous forme de lumière, il s'établit donc à l'intérieur de l'enceinte un champ électromagnétique. Ce champ peut être divisé en des systèmes d'ondes stationnaires de fréquence et de direction différentes. D'après le théorème d'équipartition d'énergie, à chaque onde stationnaire doit correspondre une énergie moyenne égale à kT . C'est pourquoi le calcul de l'énergie du champs dans l'intervalle de fréquence considéré ($\nu, \nu + d\nu$) se réduit à la recherche du nombre d'ondes stationnaires élémentaires, c'est-à-dire du nombre de vibrations propres du volume V rempli d'un milieu continu, appartenant à l'intervalle de fréquences considéré. L'énergie totale du champ dans le volume V égale à $V\rho_{\nu} d\nu$ étant connue, on peut trouver la densité d'énergie $\rho_{\nu} d\nu$.

Pour simplifier, supposons que l'enceinte dans laquelle s'établit le champ d'ondes stationnaires est un cube d'arrête a . Soit une onde stationnaire dont la normale fait avec les axes de coordonnées les angles α, β et γ respectivement. La condition d'existence de ces ondes stationnaires exige que les distances entre les nodales mesurés suivant les axes x, y et z satisfassent les relations suivantes respectivement

$$\frac{2a \cos \alpha}{\lambda} = n_1, \quad \frac{2a \cos \beta}{\lambda} = n_2 \quad \text{et} \quad \frac{2a \cos \gamma}{\lambda} = n_3. \quad (2.42)$$

où n_1, n_2 et n_3 sont des entiers positifs. Elevant au carré et sommant les trois égalités on obtient

$$n_1^2 + n_2^2 + n_3^2 = \left(\frac{2a}{\lambda}\right)^2 = \left(\frac{2a\nu}{c}\right)^2. \quad (2.43)$$

Cette équation représente l'équation d'une sphère de rayon

$$R = \frac{2a}{\lambda}. \quad (2.44)$$

Il en découle qu'à chaque groupe de trois nombres entiers correspond une fréquence déterminée

$$\nu = \frac{c}{2a} \sqrt{n_1^2 + n_2^2 + n_3^2} \quad (2.45)$$

il est évident que tout groupe d'entier n_1 , n_2 et n_3 possédant la même somme des carrés mène à la même fréquence mais ne représente pas la même vibration propre.

Calculons à présent le nombre total de fréquences propres de valeurs comprises entre 0 et ν . Construisons pour cela un réseau de points ayant pour coordonnées les valeurs possibles de n_1 , n_2 et n_3 . La maille élémentaire de ce réseau est un cube de volume égale à l'unité. Tout comme dans le cas le cas d'un réseau cubique ionique, à chaque maille correspond une fréquence propre. Les entiers n_1 , n_2 et n_3 étant tous positifs, par conséquent, le volume du réseau entier n'est que le huitième du volume de la sphère de rayon R . Ainsi donc, le nombre de fréquences propres est numériquement égale au volume de l'octant, soit

$$N = \frac{1}{8} \times \frac{4}{3} \pi \left(\frac{2a\nu}{c} \right)^3 = \frac{4}{3} \pi \left(\frac{a\nu}{c} \right)^3 = \frac{4}{3} \pi \frac{a^3 \nu^3}{c^3}. \quad (2.46)$$

Le nombre d'ondes stationnaires de fréquences comprises entre ν et $\nu + d\nu$ est

$$dN = \frac{4\pi\nu^2}{c^3} a^3 d\nu. \quad (2.47)$$

On doit avoir en vue qu'à chaque fréquence ν correspond deux ondes aux plans de polarisation mutuellement perpendiculaires. En désignant le volume de l'enceinte a^3 par V on obtient

$$dN = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} V d\nu. \quad (2.48)$$

D'après le théorème d'équipartition de l'énergie, on attribue à chaque onde une énergie kT . L'énergie totale du volume V est donc

$$\frac{8\pi\nu^2}{c^3} V kT d\nu. \quad (2.49)$$

Quant à la densité d'énergie, elle est obtenue en divisant par le volume V

$$\rho_\nu d\nu = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} kT d\nu. \quad (2.50)$$

Catastrophe ultraviolette

Quoique la formule de Rayleigh-Jeans ne peut être appliquée à tout le spectre, elle joua un rôle important dans le développement de la physique moderne toute entière, car elle montre clairement les insuffisances de principes de la physique classique. En effet en calculant la densité intégrale de rayonnement

$$u = \int_0^\infty \rho_\nu d\nu = \int_0^\infty \left(\frac{8\pi kT}{c^3} \right) \nu^2 d\nu = \infty! \quad (2.51)$$

ce qui est manifestement absurde.

Formule de Planck

A la fin du *XIX*^e siècle il existait deux formules dont chacune correspondait aux données expérimentales dans un secteur limité du spectre mais aucune d'elles ne pouvait décrire en entier la courbe obtenue expérimentalement. Vers 1900 Planck à proposé une formule purement empirique qui se conformait assez bien aux données de l'expérience :

$$I_\lambda = c_1 \lambda^{-5} \times \frac{1}{e^{c_2/\lambda T} - 1}. \quad (2.52)$$

Cette formule est en réalité une interpolation des formules de Rayleigh-Jeans et de Wien.

Afin de déduire sa formule, Planck a schématisé les atomes des parois du corps noir en les assimilant à des oscillateurs linéaires harmoniques. Les charges électriques qu'ils portent leur permet d'effectuer des échanges d'énergie avec le champ électromagnétique environnant. L'hypothèse introduite par Planck se base sur un concept qui contredit radicalement le système de conceptions de la physique classique :

Les oscillateurs ne peuvent se trouver que dans des états bien définis pour lesquels leur énergie est un multiple entier de la plus petite quantité d'énergie ε_0 :

$$\varepsilon_0, 2\varepsilon_0, \dots, n\varepsilon_0, \dots; \quad (2.53)$$

à l'émission ou à l'absorption les oscillateurs " sautent " d'un état à l'autre en passant les états intermédiaires.

Sur base de cette hypothèse, la densité spectrale volumique de rayonnement ρ_ν s'écrit

$$\rho_\nu = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} \times \frac{\varepsilon_0}{e^{\varepsilon_0/kT} - 1}. \quad (2.54)$$

Afin de satisfaire à la loi thermodynamique de Wien il faut poser $\varepsilon = h\nu$ où ν est la fréquence des vibrations de l'oscillateur et $h = 6.626 \times 10^{-34} Js$; une constante universelle appelée quantum d'action de Planck (action; car la grandeur mécanique ayant pour dimension [énergie \times temps] s'appelle action)

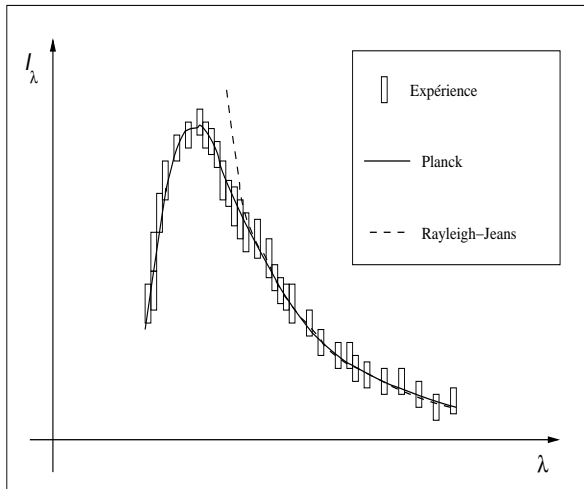


FIGURE 2.8 – Comparaison entre l'expérience, la théorie classique et la théorie quantique.

2.2 Effet photoélectrique

une autre fois nous allons prouver la nature corpusculaire (photon) de la lumière.

C'est seulement en adoptant cette conception qu'on peut expliquer l'éjection des électrons des surfaces métalliques lorsque celles-ci sont irradiées par une lumière de fréquence supérieure à la fréquence seuil, caractéristique du métal en question.

La formule de Planck habituellement utilisée en physique théorique est

$$\rho_\nu = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} \times \frac{h\nu}{e^{h\nu/kT} - 1}. \quad (2.55)$$

Comme $8\pi\nu^2/c^3$ représente le nombre de degrés de liberté de rayonnement aux fréquences variant de ν à $\nu + d\nu$, il résulte que l'énergie moyenne correspondant à chaque degré de liberté est

$$\bar{\varepsilon} = \frac{h\nu}{e^{h\nu/kT} - 1} \quad (2.56)$$

on voit ainsi que $\bar{\varepsilon}$ décroît rapidement avec l'augmentation de ν , c'est bien ce qui explique la convergence de l'intégrale $\int_0^\infty \rho_\nu d\nu$ et la levée de la "catastrophe ultraviolette".

2.2.1 Dispositif de l'expérience

Il s'agit d'étudier dans cette expérience l'interaction entre la lumière et la matière. Ici la matière est un métal ou plutôt la surface d'un métal.

Le dispositif expérimental de la figure (2.9) est constitué d'une source intense de lumière blanche, d'une surface métallique et d'un filament qui peut jouer le rôle d'un collecteur des électrons arrachés de la plaque sous l'effet de la lumière qu'elle reçoit. Nous utilisons des filtres optiques afin de pouvoir étudier l'effet de la fréquence lumineuse sur le phénomène d'arrachement des électrons de la plaque.

Nous pouvons effectuer une étude quantitative en réalisant le montage de la figure (2.9) ; ainsi on sera capable de mesurer le photocourant en fonction de la fréquence de la lumière ou en fonction de la tension entre la plaque métallique et le filament (en forme d'anneau).

Rappelons d'abord certains caractéristiques d'un métal.

Un métal est un conducteur contenant des électrons "libres" mais piégés dans le métal. En terme d'énergie, ces électrons "libres" occupent une bande de conduction située en dessous de zéro (négative).

L'une des caractéristiques importantes des métaux est le travail d'extraction (ou de sortie) W_s .

Si un électron de la surface reçoit une énergie W_s , au minimum, il peut être éjecté vers l'extérieur. Si l'apport en énergie n'atteint pas cette valeur, l'électron "libre" y reste.

On distingue deux sources d'énergie d'extraction :

- thermique (vibration des atomes), dans ce cas on parle d'effet thermoélectrique.
- radiation, c'est l'effet photoélectrique.

L'expérience montre que le courant électrique dépend de trois paramètres

- Puissance de la radiation (intensité de la lumière)
- Différence de potentiel (ddp) entre la cathode et l'anode
- Fréquence de la lumière.

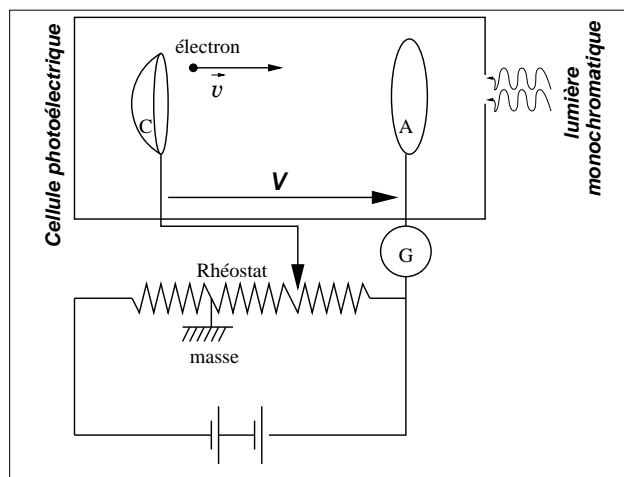


FIGURE 2.9 – Dispositif expérimental.

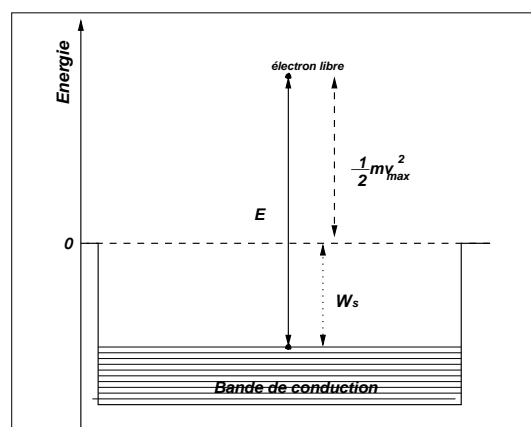


FIGURE 2.10 – Diagramme de l'énergie.

2.2.2 Observations

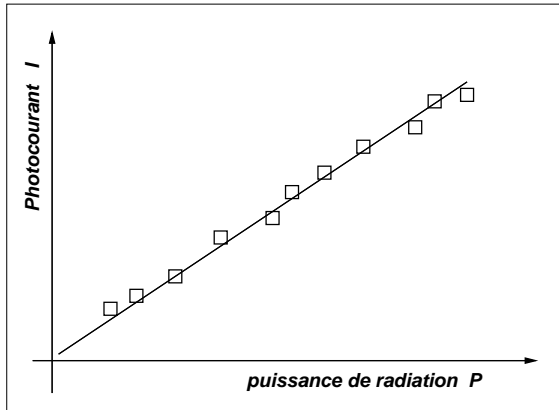


FIGURE 2.11 – Courant en fonction de la puissance de radiation.

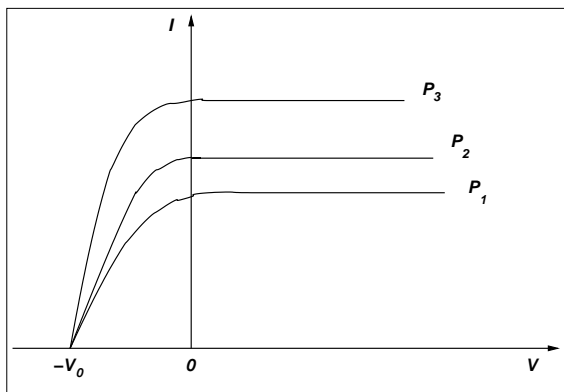


FIGURE 2.12 – Photocourant en fonction de la ddp entre les bornes de la cellule photoélectrique. Les mesures sont prises pour trois valeurs de puissance lumineuse $P_3 > P_2 > P_1$. La fréquence étant fixe.

Si le photocourant s'annule cela veut dire que même les électrons les plus énergétiques sont freinés avant d'atteindre l'anode :

$$\frac{1}{2}mv_{max}^2 = eV_0 \quad (2.57)$$

Le potentiel d'arrêt est indépendant de la puissance de radiation.

5) Regardons si ce potentiel change avec la fréquence. On mesure donc I en fonction de V pour différentes fréquences ;

$$\nu_1 > \nu_2 > \nu_3$$

l'énergie cinétique maximale augmente avec la fréquence de radiation.

- 1) L'effet est instantané
- 2) L'effet n'a lieu que lorsque la fréquence de radiation dépasse un certain seuil ν_s
- 3) Avec une fréquence $\nu \geq \nu_s$ et une ddp fixe, on mesure le courant I en fonction de la puissance de radiation P .

On constate que le courant est proportionnel au taux d'énergie reçue par la cathode.

4) On mesure I en fonction de V pour une lumière monochromatique de fréquence ν et pour différentes valeurs de la puissance de radiation, $P_1 < P_2 < P_3$

Lorsque $V > 0$ tous les électrons extraits sont collectés par l'anode, on atteint alors un courant de saturation qui augmente avec la puissance de la radiation.

Lorsque $V < 0$, il y a répulsion entre l'anode et les photoélectrons, ces derniers seront donc freinés. Il arrive un certain moment où tous les électrons rebrousse leur chemin et le photocourant devient nul. La tension qui annule ce courant est appelée la contre tension ou le potentiel d'arrêt.

6) Quelle relation y a-t-il entre V_0 et ν ? Pour ceci mesurons le potentiel d'arrêt en fonction de ν .

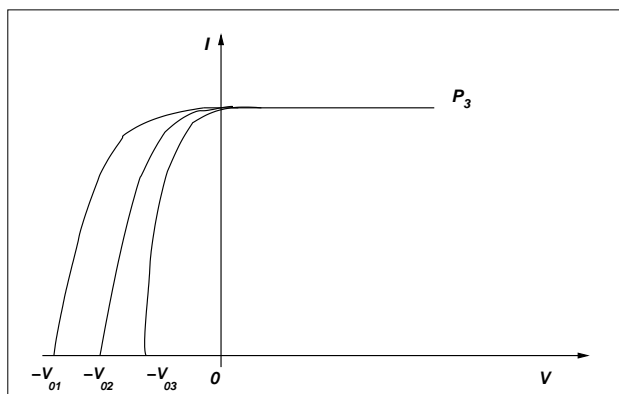


FIGURE 2.13 – Photocourant en fonction de la ddp entre les bornes de la cellule photoélectrique. Les mesures sont prélevées pour trois fréquences différentes $\nu_1 > \nu_2 > \nu_3$, mais pour une même puissance de radiation.

La courbe est une droite, ceci nous permet d'écrire

$$eV_0 = h(\nu - \nu_s) = \frac{1}{2}mv_{max}^2 \quad (2.58)$$

ou encore d'une manière plus générale

$$h\nu = W_s + \frac{1}{2}mv^2 \quad (2.59)$$

cette équation est connue sous le nom de l'équation d'Einstein¹. La pente de la droite $eV_0 = f(\nu)$ est indépendante de la nature de la surface. La valeur de cette pente coïncide avec la constante de Planck.

2.2.3 Limites de l'interprétation classique

En physique classique la lumière est une onde électromagnétique qui transporte de l'énergie. Les électrons se mettent à vibrer, en présence d'un champ électromagnétique de plus en plus vigoureusement jusqu'au moment où ils ont acquis assez d'énergie pour s'échapper.

- selon la théorie d'électromagnétisme, l'énergie cinétique maximale des photoélectrons devrait augmenter avec l'intensité de la lumière incidente.
- la fréquence ne doit pas affecter l'énergie cinétique maximale des photoélectrons
- l'effet photoélectrique se produit quelque soit la fréquence de la lumière incidente, ça ne devrait être qu'une question de temps avant que l'émission photoélectrique ait lieu.

Ces trois points représentent les principales contradictions de l'expérience avec les prédictions classiques.

La proposition d'Einstein (qui a d'ailleurs mérité le prix Nobel) basée sur l'hypothèse de Planck, a résolu de manière élégante et tellement simple tous les problèmes d'interprétation de l'effet photoélectrique : **La lumière se présente sous forme de paquets d'énergie (photons) qui se déplacent à la vitesse de la lumière c . L'énergie du photon est liée à la fréquence de l'onde associée par la relation $E = h\nu$**

Comme conséquence à ce théorème, si on a un faisceau polychromatique, l'énergie des photons n'est pas la même. Ainsi l'intensité de ce faisceau est liée au nombre de photons qui tombent sur la surface par unité de temps et non pas à l'énergie $h\nu$ d'un photon.

Les photons se déplacent à la vitesse de la lumière c et d'après la théorie de la relativité restreinte la masse du photon devra être nulle.

2.2.4 Rendement quantique

On a vu que le courant I est proportionnel à la puissance de radiation P , en particulier le courant de saturation $I_{saturation}$:

$$I_{saturation} \sim P \quad (2.60)$$

Si on suppose que chaque photon extrait un électron et s'il y'a N photons, qui atteignent la surface, par seconde :

$$P = Nh\nu \quad (2.61)$$

et le courant maximal s'écrit :

$$I_M = Ne \quad (2.62)$$

1. C'est cette belle interprétation qui a valu le prix Nobel au grand physicien A. Einstein en 1921

ce qui conduit à

$$\frac{I_M}{P} = \frac{e}{h\nu} = \frac{e}{hc}\lambda \quad (2.63)$$

ce rapport représente la sensibilité théorique de la cellule photoélectrique.

Dans une cellule photoélectrique réelle la sensibilité est bien inférieure à la sensibilité théorique. La majorité des photons sont soit diffusés par le métal soit absorbés et transformés en énergie d'agitation thermique (chaleur) dans la plaque. On définit le rendement quantique d'une cellule photoélectrique comme le rapport du nombre de photoélectrons sur le nombre de photons

$$\eta = \frac{n}{N} \quad (2.64)$$

ainsi

$$\frac{I_M}{P} = \frac{ne}{Nh\nu} = \eta \frac{e}{hc}\lambda. \quad (2.65)$$

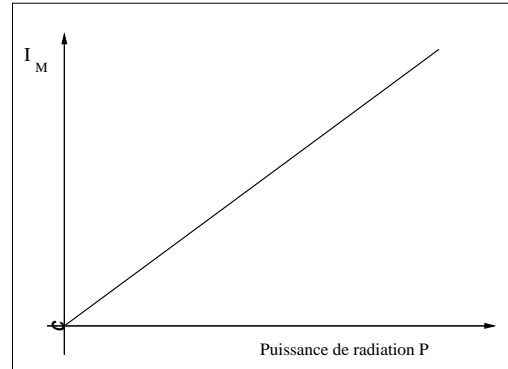


FIGURE 2.14 – Courant de saturation en fonction de la puissance de radiation.

En général

$$\frac{1}{500} \leq \eta \leq \frac{1}{5}. \quad (2.66)$$

2.2.5 Photoionisation

C'est un phénomène semblable à l'effet photoélectrique. Il se produit lorsqu'on irradie une vapeur monoatomique (différence essentielle avec l'effet photoélectrique qui se réalise avec une plaque métallique) à l'aide d'une radiation de fréquence suffisamment grande.

Si on utilise une lumière de fréquence assez élevée (U.V), on peut observer l'apparition simultanée des ions positifs et des photoélectrons. Chaque vapeur monoatomique peut être caractérisée par une fréquence seuil ν_i , et un photon ne peut ioniser un atome de la vapeur que si sa fréquence est supérieure à ν_i :

$$h\nu \geq h\nu_i \quad (2.67)$$

avec

$$h\nu_i = W_i \quad \text{l'énergie d'ionisation.} \quad (2.68)$$

2.3 Collision élastique avec des photons : Effet Compton

On va étudier à présent une expérience qui montre que le photon possède une quantité de mouvement suite à quoi l'interaction entre le rayonnement et les électrons peut être considérée comme des collisions entre photons et électrons.

L'expérience qui permet l'étude de l'effet Compton est représentée schématiquement comme suit.

Cette expérience a été effectuée en 1909 par Barkla. Elle étudie la diffusion des rayons-X sur un bloc diffuseur (le bloc diffuseur est constitué du graphite, par exemple). L'intensité spectrale du faisceau incident des R-X est une gaussienne dont le maximum se trouve en λ_0 . Le faisceau diffusé dans une direction θ par rapport à l'incidence (voir schéma), n'a pas exactement le même profil (l'intensité baisse bien évidemment et la forme du profil gaussien autour de λ_0 , change. A défaut d'instruments de mesure² assez précis, cette légère déformation (appelée encore "Anomalie") a été attribuée à des facteurs secondaires.

A l'époque on interprétait le phénomène de la manière suivante : Les électrons se mettent à vibrer et émettent une lumière de même fréquence que celle de vibration.

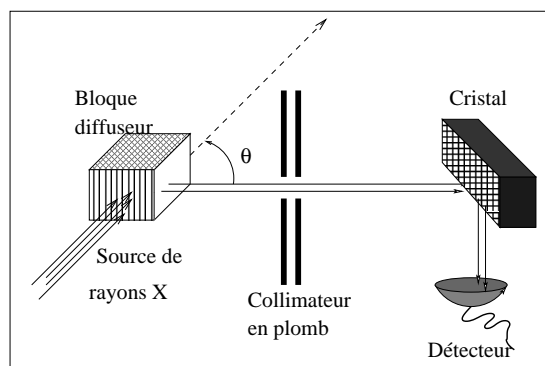


FIGURE 2.15 – Représentation schématique de l'expérience de Barkla.

En 1912, Compton refait l'expérience de Barkla profitant d'appareils précis de mesures et comme résultats il obtient les profils ci-contre sur la figure (2.16) en mesurant l'intensité spectrale, I_λ , de la radiation-X diffusée sur le bloc de graphite en fonction de la longueur d'onde, λ , de cette radiation et ce pour différentes valeurs d'angle de diffusion θ .

On tire alors les conclusions suivantes :

a- L'existence de deux composantes (pic) : Thomson + Compton.

b- L'écart $\delta\lambda$ entre les deux pics dépend de l'angle de détection θ

c- Quand θ augmente le pic Thomson diminue par contre le pic Compton augmente.

Ces résultats sont obtenus en gardant toujours le même bloc diffuseur. Si on regarde ce qui se produit lorsqu'on change la nature du bloc, on constate que :

d- $\delta\lambda$ (pour θ fixé) est indépendante de la nature du bloc diffuseur.

e- Quand le numéro atomique, Z , augmente, l'intensité du pic Compton diminue.

Tout modèle théorique proposé, ne peut être retenu que s'il apporte des interprétations satisfaisantes des résultats de l'expérience. La seule diffusion de Thomson ne peut pas expliquer l'apparition d'un nouveau pic, en $\lambda \neq \lambda_0$, qui peut devenir de plus en plus important quand θ augmente.

Le concept de **Photon** va s'avérer efficace, encore une fois, notamment lorsqu'on remarque (selon cette théorie) qu'il y'a apparition de photons d'énergie $h\frac{c}{\lambda}$ à partir de photons incidents

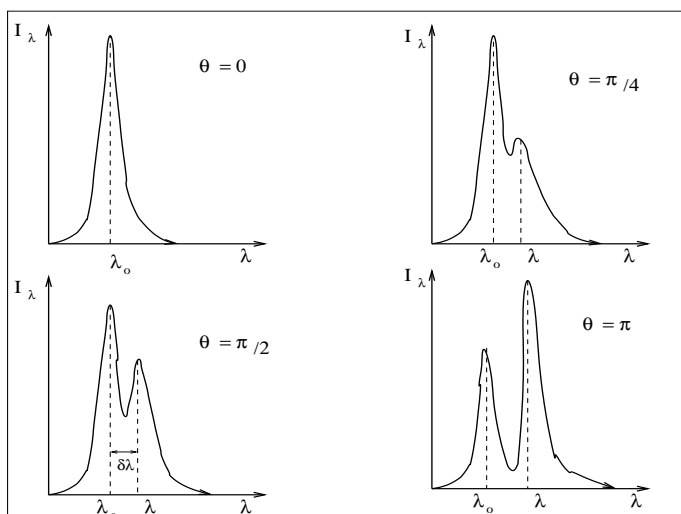


FIGURE 2.16 – Intensité spectrale des rayons-X diffusés par un bloc de graphite.

2. Au début du $XX^{ième}$ siècle on se basait sur le pouvoir de pénétration d'une radiation X pour déduire sa longueur d'onde. Cette méthode est considérée aujourd'hui comme très peu précise.

d'énergie $h \frac{c}{\lambda_0}$ plus grande. Ceci nous rappelle le choc élastique où l'on assiste à un simple échange d'énergie avec conservation de l'impulsion totale.

Une collision élastique entre un photon (particule immatérielle) et un cristal (électrons du cristal) est elle envisageable ?

2.3.1 Etude Théorique de l'effet Compton

Pour expliquer cet effet il faut considérer la nature corpusculaire de la lumière (RX) et la quantité de mouvement que peut avoir une radiation, en bref, le photon est considéré comme une véritable bille en mouvement (mais sans masse).

La collision se produit entre une lumière très énergétique (RX) et les électrons périphériques des atomes (faiblement liés) qui, par comparaison avec l'énergie des RX , peuvent être considérés en première approximation comme des électrons "libre" sans mouvement (au repos).

Enfin, le système $\{ RX + \text{électron} \}$ constitue un système isolé pendant la durée de collision. Nous pouvons donc utiliser les lois de conservation de l'énergie et de la quantité de mouvement.

Quantité de mouvement du photon

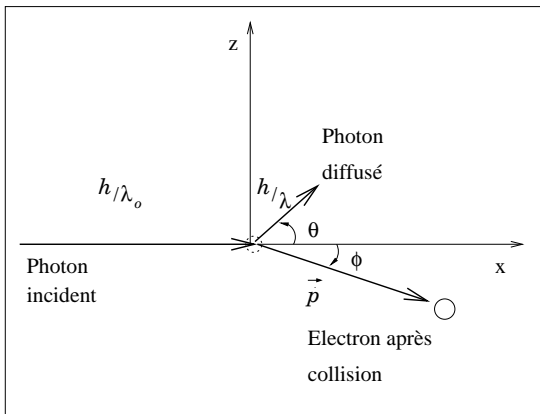


FIGURE 2.17 – Schéma des impulsions avant et après collision. On suppose que la diffusion se fait dans le plan (xoz) . et à partir des équations (2.69) et (2.70) on peut écrire :

$$\vec{p} = \frac{W}{c^2} \vec{v}. \quad (2.71)$$

On sait aussi que les composantes de \vec{p} et W forment les quatre composantes d'un quadrivecteur de l'univers de Minkowski. Le module de ce quadrivecteur $_4[\text{impulsion-énergie}]$ est invariant par changement de référentiel :

$$W^2 - p^2 c^2 = m_0^2 c^2 = c^{4\epsilon}. \quad (2.72)$$

Le photon est une simple quantité d'énergie, mais le photon admet aussi une quantité de mouvement comme n'importe quelle particule; c'est pourquoi nous cherchons à faire entrer le photon dans le cadre des particules relativistes.

Le photon se déplace à la vitesse de la lumière, donc si la masse du photon est non nulle, l'énergie sera infinie, ce qui est absurde. La seule façon de concilier la vitesse du photon égale à c est de poser $m_0 = 0$, ce qui nous permet d'écrire :

$$W^2 - p^2 c^2 = 0$$

ce qui mène à

$$p = |\vec{p}| = \frac{W}{c}. \quad (2.73)$$

Calculons la quantité de mouvement du photon en utilisant les lois de la relativité.

Les théorèmes généraux de conservation de l'énergie et de la quantité de mouvement s'étendent aux particules relativistes à condition de définir

leur **énergie** :

$$W = mc^2, \quad (2.69)$$

leur **quantité de mouvement** :

$$\vec{p} = m\vec{v}. \quad (2.70)$$

En posant $m = m_0/(1-v^2/c^2)^{1/2}$

En définitif, le photon est traité comme une particule relativiste à part entière d'énergie $W = h\nu$ et d'impulsion $\vec{p} = \frac{h\nu}{c}\vec{u}$ (\vec{u} donne la direction et le sens de propagation)

Revenons à présent à l'interprétation moderne de l'effet Compton. Pour cela regardons le schéma de la figure (2.17) et écrivons les lois de conservation de l'énergie et de l'impulsion du système :

— Conservation de l'énergie

$$h\nu_0 + mc^2 = h\nu + \sqrt{p^2c^2 + m^2c^4} \quad (2.74)$$

— conservation de l'impulsion : (Projection sur les axes Ox et Oz)

$$\text{sur } Ox \longrightarrow h\frac{\nu_0}{c} = h\frac{\nu}{c}\cos\theta + p\cos\varphi \quad (2.75)$$

$$\text{sur } Oz \longrightarrow 0 = h\frac{\nu}{c}\sin\theta + p\sin\varphi. \quad (2.76)$$

Nous avons établis trois équations, mais nous avons quatres inconnues. Il faut donc choisir un paramètre. D'après l'expérience ce paramètre est l'angle θ

En combinant les équations (2.75) et (2.76) nous obtenons :

$$p^2 = \frac{h^2}{c^2}(\nu_0^2 + \nu^2 - 2\nu\nu_0\cos\theta) \quad (2.77)$$

l'équation (2.74) peut s'écrire aussi sous la forme suivante :

$$p^2c^2 = [h(\nu_0 - \nu) + mc^2]^2 - m^2c^4 \quad (2.78)$$

Si on compare maintenant les équations (2.77) et (2.78) nous pouvons écrire :

$$h^2(\nu_0^2 - \nu^2 - 2\nu\nu_0\cos\theta) = [h(\nu_0 - \nu) + mc^2]^2 - m^2c^4 \quad (2.79)$$

ou

$$\nu_0 - \nu = \frac{h}{mc^2}(1 - \cos\theta)\nu_0\nu \quad (2.80)$$

ou encore

$$\frac{1}{\nu} - \frac{1}{\nu_0} = \frac{h}{mc^2}(1 - \cos\theta) \quad (2.81)$$

$$\lambda - \lambda_0 = \delta\lambda = \frac{h}{mc}(1 - \cos\theta) \quad (2.82)$$

$$= 2\frac{h}{mc}\sin^2\frac{\theta}{2} \quad (2.83)$$

$\delta\lambda$ croit avec θ entre 0 et π . La quantité $\frac{h}{mc}$ est appelée la longueur d'onde Compton et notée Λ . L'équation (2.83) devient :

$$\delta\lambda = 2\Lambda\sin^2\frac{\theta}{2} \quad (2.84)$$

avec $\Lambda = \frac{h}{mc} = 0.02426\text{Å}$ est la longueur d'onde Compton. La quantité $\frac{hc}{\Lambda} = mc^2 = 0.511\text{MeV}$ est l'équivalent en énergie de la masse d'un électron.

2.3.2 Electron Compton

L'énergie cinétique de l'électron Compton est

$$W - mc^2 = h(\nu_0 - \nu) = \frac{h\nu_0}{1 + \frac{mc^2}{h\nu_0(1 - \cos\theta)}} \quad (2.85)$$

l'angle de diffusion est

$$tg\varphi = -\frac{\nu \sin \theta}{\nu_0 - \nu \cos \theta} = -\frac{\sin \theta}{\frac{\nu_0}{\nu} - \cos \theta} \quad (2.86)$$

$$= -\frac{\sin \theta}{(1 - \cos \theta)(1 + \frac{h\nu_0}{mc^2})} = -\frac{cotg \frac{\theta}{2}}{1 + \frac{h\nu_0}{mc^2}} \quad (2.87)$$

Quand θ croît de 0 à π , φ décroît de $\pi/2$ à 0; l'électron est toujours renvoyé vers l'avant.

Chapitre 3

Spectres optiques

Les résultats de l'analyse spectroscopique de la lumière émise par les gazes ont ouvert une voie très prometteuse en physique atomique. C'est grâce à ces travaux qu'il a été possible de bâtir un nouveau concept de l'édifice atomique.

En général tout matériau suffisamment chauffé peut devenir source de lumière. Citons à titre d'exemple une résistance électrique sous l'effet de Joule ou un morceau de charbon dans un four ; c'est la source de radiation thermique. Ces sources possèdent un spectre continu ; c'est à dire que le rayonnement émis est réparti de façon continue sur toutes les fréquences. Ce type de rayonnement a déjà été étudié dans le chapitre 1.

Nous pouvons rencontrer un autre type de source de lumière différente, de point de vu spectral, du précédent. Ce type est connu sous le nom de source à décharge. Les éclairs qui précèdent un orage en sont l'exemple le plus populaire.

La lumière émise par ce type de source ne contient pas toutes les fréquences. L'analyse spectroscopique de ce rayonnement montre qu'il s'agit en réalité d'un spectre discontinu (ou discret ou encore de raies).

3.1 Spectre de raies.

3.1.1 Principe de combinaison et loi de Bohr

Série de Balmer

Le spectre de raies de l'atome d'hydrogène montre une régularité fort simple. Cette régularité a permis à Balmer(1885) d'établir une représentation très précise en utilisant la formule empirique :

$$\lambda = \lambda_0 \frac{n^2}{n^2 - 4} \quad (3.1)$$

avec $\lambda_0 = 3646\text{\AA}$ et $n = 3, 4, 5, 6$. pour la partie visible.

En plus des 4 raies visibles, on a enregistré à cette époque d'autres raies appartenant à l'ultra-violet (UV) et en portant dans la formule les valeurs de $n = 7, 8, 9...$ on a constaté une imprécision entre les longueurs d'ondes calculées et mesurées.

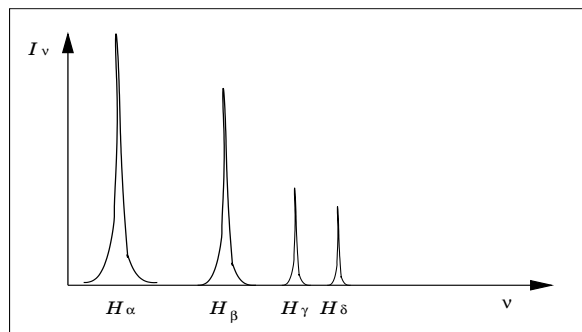


FIGURE 3.1 – Raies visibles de l'hydrogène

La formule de Balmer a été transformée par Rydberg(1889)

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{4}{\lambda_0} \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right) = R \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (3.2)$$

où R est la constante de Rydberg et $n = 3, 4, 5, \dots$

De cette formule on voit que lorsque n croît les raies se resserrent et tendent vers une position

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{R}{4} \quad (3.3)$$

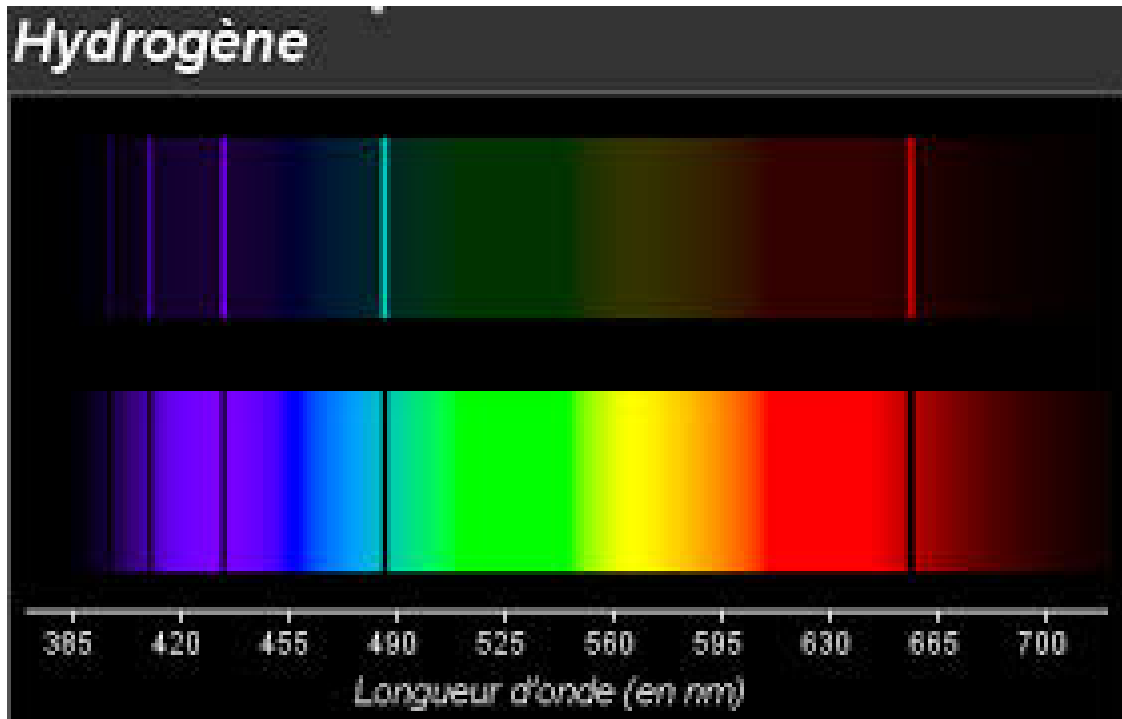


FIGURE 3.2 – Spectre de l'hydrogène.

Autres séries de spectre de l'hydrogène

Série de Lyman : Lyman a découvert dans l'UV une série décrite par

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (3.4)$$

où $n = 2, 3, 4, \dots$

Série de Paschen dans l'infrarouge(IR) :

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (3.5)$$

où $n = 4, 5, 6, \dots$

Série de Brackett :

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{4^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (3.6)$$

où $n = 5, 6, 7, \dots$

Série de Pfund :

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{5^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (3.7)$$

où $n = 6, 7, 8, \dots$

Il en résulte que le spectre de l'hydrogène est décrit dans l'ensemble par la formule empirique généralisée de Balmer

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (3.8)$$

où m et n sont deux entiers positifs telque $n > m$.

Termes spectraux et principe de combinaison.

Toute raie spectral du spectre de l'hydrogène peut être représentée comme une différence entre deux termes de type R/n^2 .

$$\frac{1}{\lambda_{nm}} = T_n - T_m \quad (3.9)$$

avec $T_n = R/n^2$, et $T_m = R/m^2$.

C'est le principe de combinaison de Ritz. Les termes T_n sont appelés des termes spectraux.

Si on utilise le concept de photon comme l'a fait Bohr (1913), on se permet d'écrire

$$h \frac{c}{\lambda_{nm}} = h\nu_{nm} = hc(T_n - T_m). \quad (3.10)$$

Loi de Bohr

Le principe de combinaison de Ritz qui s'applique aux nombres d'ondes s'applique bien pour l'énergie $h\nu$ des photons émis.

Bohr a reformulé ce principe en faisant correspondre au terme spectral l'énergie interne emmagasinée par l'atome. La lois de Bohr s'écrit donc :

$$h\nu_{nm} = E_m - E_n \quad (3.11)$$

avec $E_i = -hcT_i$. E_n et E_m sont les valeurs de l'énergie emmagasinée par l'atome avant et après émission.

L'atome émet un photon d'énergie $h\nu_{nm}$ lorsqu'il passe d'un état initial d'énergie $E_m = -hcT_m$ à un état final d'énergie $E_n = -hcT_n$ inférieur à E_m .

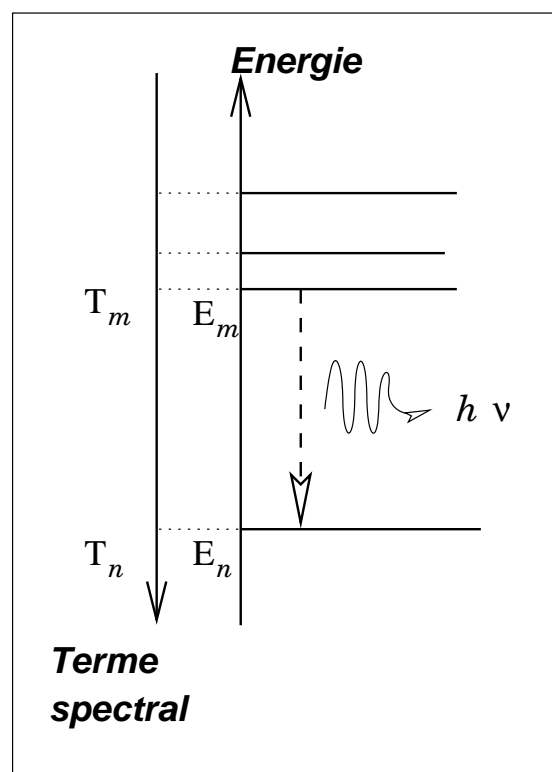


FIGURE 3.3 – Schématisation de la loi de Bohr.

3.2 Causes d'élargissement des raies spectrales

Les raies spectrales ne sont pas infiniment fines. Chaque raie est constituée d'un très grand nombre de fréquences voisines. Le profil de l'intensité émise en fonction de la fréquence est une gaussienne.

3.2.1 Largeur naturelle

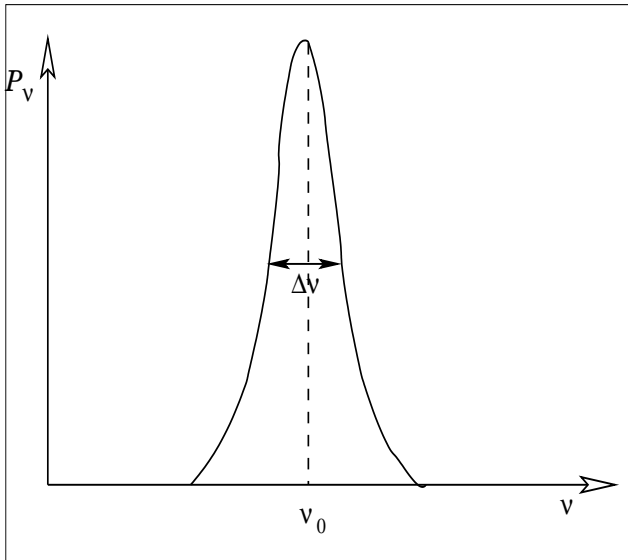


FIGURE 3.4 – Largeur à mi-hauteur d'une raie.

La largeur naturelle est liée à la durée de vie τ de l'état excité concerné par la transition. Ceci est une conséquence directe du quatrième principe d'indétermination d'Heisenberg qui exprime l'impossibilité de connaître avec exactitude l'énergie d'un état excité à cause de l'intervalle du temps fini durant lequel cet état peut persister.

$$\Delta E \times \tau \geq \hbar \quad (3.12)$$

$$\Delta \nu \times \tau \geq \frac{1}{2\pi} \quad (3.13)$$

$$\Delta \nu \geq \frac{1}{2\pi\tau} \quad (3.14)$$

3.2.2 Largeur collisionnelle.

Lorsqu'un atome excité subit une collision il peut perdre son énergie. En terme statistique, dans un gaz de particules (atomes ou molécules), lorsqu'on augmente la pression, on augmente le nombre de collisions qui peuvent se produire par unité de temps ; ce qui cause la réduction de la durée de vie de l'état excité. Conformément au quatrième principe d'Heisenberg on assiste alors à un élargissement supplémentaire de la raie, appelé élargissement collisionnel.

3.2.3 Elargissement par effet Stark.

Lorsqu'un atome est soumis à un champs électrique, les niveaux d'énergie de cet atome sont souvent remplacés par plusieurs sous-niveaux très proches. Les raies (larges au moins naturellement) qui en proviennent peuvent se recouvrir et la résultante paraît comme une seule raie très large.

3.2.4 Elargissement par effet Zeeman.

L'effet **Zeeman** (prix Nobel en 1902) apparait lorsqu'un atome émetteur est soumis à un champs magnétique extérieur. Comme dans le cas de l'effet Stark, Chaque niveau d'énergie peut subir une subdivision en plusieurs sous niveaux voisin très serrés. Le chevauchement de cette multitude de raies voisines constitue une cause importante d'élargissement des spectres atomiques.

3.2.5 Elargissement Doppler.

Si l'atome radiateur est en mouvement relatif par rapport à l'instrument de mesure (l'observateur),

la fréquence mesurée est différente de la fréquence réellement émise par l'atome émetteur.

Si on considère un atome animé d'une vitesse \vec{v} faisant un angle θ avec la direction d'observation Ox et si on désigne par ν_0 la fréquence réellement émise et par ν la fréquence mesurée; l'expression classique de l'effet Doppler (*qui n'est applicable que lorsque $|\vec{v}|$ est faible devant la célérité de la lumière*):

$$\frac{\delta\nu}{\nu_0} = \frac{\nu - \nu_0}{\nu_0} = \frac{v \cos \theta}{c} = \frac{v_x}{c} \quad (3.15)$$

où v_x est la composante de \vec{v} sur la direction d'observation.

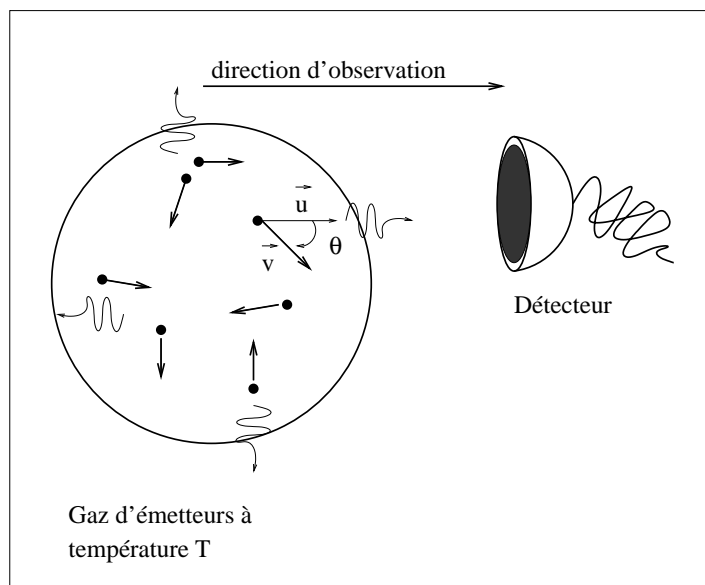


FIGURE 3.5 – Elargissement des raies causé par le mouvement désordonné des atomes émetteurs par rapport à l'observateur.

Si nous disposons d'un gaz d'atomes (ou molécules) émetteurs, de température T homogène; la distribution des vitesses est donnée par la loi de distribution de Maxwell. Soit N le nombre d'atomes par unité de volume. Le nombre dN d'atomes par unité de volume ayant la composante v_x est

$$dN = N f(v_x) dv_x \quad (3.16)$$

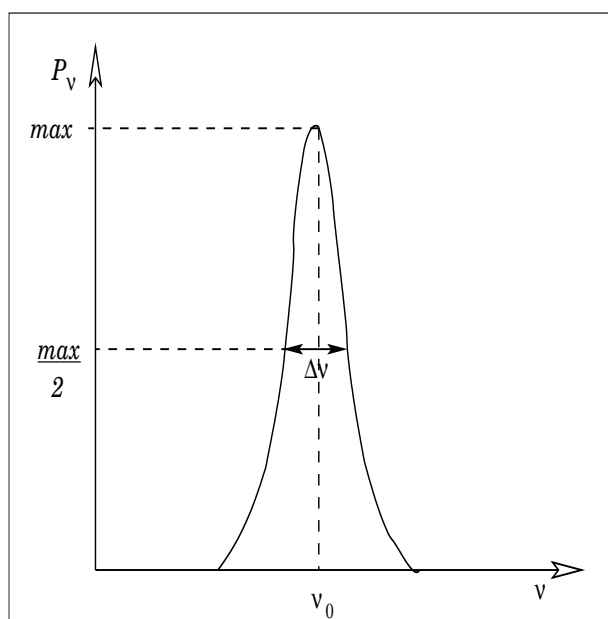


FIGURE 3.6 – Largeur Doppler.

avec $f(v_x)$ la densité de probabilité de trouver une particule dont la composante selon Ox de sa vitesse est v_x . Cette fonction est donnée par la statistique de Maxwell :

$$f(v_x) = \sqrt{\frac{M}{2\pi RT}} \exp -\frac{M}{2RT} v_x^2 \quad (3.17)$$

R est la constante des gaz parfaits, M la masse de la particule émettrice et T la température absolue du gaz.

Soit $P_\nu d\nu$ la puissance émise dans la bande de fréquence $(\nu, \nu + d\nu)$ voisine de ν_0 . Celle-ci est proportionnelle au nombre d'atomes émettant dans cette bande, c'est-à-dire ayant une composante de vitesse comprise entre v_x et $v_x + dv_x$. Or on sait que

$$v_x = c \frac{\nu - \nu_0}{\nu_0}. \quad (3.18)$$

En différenciant cette expression par rapport à ν on obtient

$$dv_x = \frac{c}{\nu_0} d\nu. \quad (3.19)$$

Appelons K , K' et K'' des coefficients de proportionnalité. La Puissance $P_\nu d\nu$ peut s'écrire sous forme

$$P_\nu d\nu = KN f\left(c \frac{\nu - \nu_0}{\nu_0}\right) c \frac{d\nu}{\nu_0} \quad (3.20)$$

soit en intégrant

$$\begin{aligned} P_\nu &= K' f\left(c \frac{\nu - \nu_0}{\nu_0}\right) \\ &= K'' \exp\left\{-\frac{M}{2RT} \times \frac{c^2(\nu - \nu_0)^2}{\nu_0^2}\right\}. \end{aligned} \quad (3.21)$$

La largeur à mi-hauteur est obtenue en écrivant :

$$\exp\left\{-\frac{M}{2RT} \times \frac{c^2(\delta\nu)^2}{\nu_0^2}\right\} = \frac{1}{2} \quad (3.22)$$

ce qui donne

$$\delta\nu = \frac{\nu_0}{c} \sqrt{\frac{2RT}{M} \log 2} \quad (3.23)$$

$$\Delta\nu_D = 2\delta\nu = \frac{2\nu_0}{c} \sqrt{\frac{2RT}{M} \log 2} \quad (3.24)$$

En définitif la largeur Doppler est proportionnelle à $T^{1/2}$ et inversement proportionnelle à $M^{1/2}$.

Chapitre 4

Structure de l'atome

4.1 Modèles classiques

4.1.1 Modèle statique

Les scientifiques ont adopté ce modèle jusqu'à la fin du $XIX^{ième}$ siècle. A ce stade de développement de la physique, l'atome était considéré comme une matrice de charges positives réparties de manière uniforme sur une sphère de rayon celui de l'atome tout entier. Quant aux électrons, on prétendait qu'ils évoluent dans cette matrice de charges positives.

L'émission de la lumière par l'atome était expliquée comme la conséquence des oscillations des électrons autour de leurs positions d'équilibre.

Ce modèle ne nous permet pas d'expliquer la nature discrète du spectre d'émission des atomes.

4.1.2 Modèle planétaire.

En 1911, Rutherford découvra l'existence du noyau de l'atome grâce à l'expérience de diffusion des particules α (noyau d' He) à travers une mince feuille métallique (Voir cours de Physique Nucléaire).

Il a montré que l'ensemble des charges positives est contenu dans le noyau considéré comme ponctuel par rapport à la dimension de l'atome. Cette importante découverte est considérée comme une étape historique de la physique atomique.

Dans ce modèle, le problème est posé de manière similaire au problème de Kepler relatif aux orbites des planètes de notre système solaire. Les trajectoires de l'électron sont donc des ellipses, (Voir TD) et son énergie s'écrit :

$$E = -k \frac{Ze^2}{2a} \quad (4.1)$$

où Z est le numéro atomique et a le demi-grand axe de l'ellipse.

L'électron effectue un mouvement curviligne, par conséquent, le vecteur accélération $\vec{\gamma}$ est non nul. La théorie d'électromagnétisme prévoit dans ce cas une émission de la radiation par l'électron. L'énergie perdue par l'électron entrainera automatiquement une diminution du demi-grand axe a . Or on montre que (voir TD) : $a^3/T^2 = c^{te}$ où T est la période du mouvement, ce qui signifie que T diminue à son tours quand a diminue et donc la fréquence du rayonnement émis augmente de façon continue. Ceci est en parfait désaccord avec la fixité des fréquences spectrales expérimentalement mesurées.

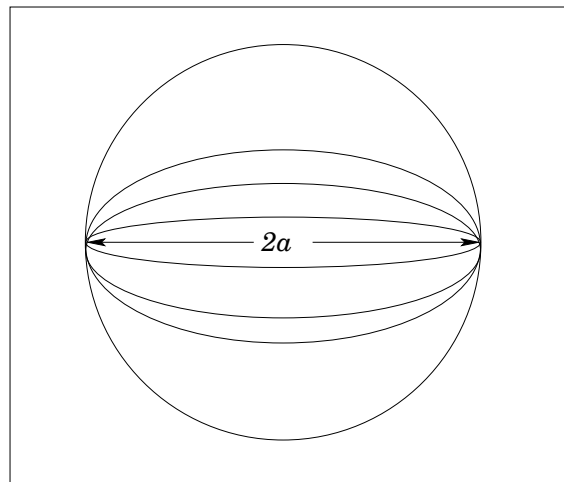


FIGURE 4.1 – Trajectoires de l'électron correspondants à la même énergie.

4.1.3 Modèle de Bohr

Ce modèle n'est valable que pour l'hydrogène ou un ion hydrogénoïde.

Postulats de Bohr

- Les trajectoires de l'électron dans l'atome sont celles dont le moment cinétique angulaire est un multiple entier de $\hbar = h/2\pi$. Ces trajectoires sont appelées des orbites stationnaires.
- l'émission ou l'absorption d'une radiation s'effectue simultanément avec un changement d'état stationnaire appelé transition; et la transition d'un état d'énergie E_n vers un état d'énergie E_p met en jeu une radiation de fréquence ν_{np} tel que $h\nu_{np} = |E_n - E_p|$.

Les longueurs d'onde λ_{np} du spectre de l'hydrogène sont retrouvées de manière empirique grâce à la relation de Balmer-Rydberg :

$$\frac{1}{\lambda_{np}} = R \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{p^2} \right) \quad (4.2)$$

Bohr s'est limité aux orbitales circulaires de l'atome. Ainsi l'énergie potentielle de l'électron autour du noyau d'un hydrogénoïde de charge $+Ze$:

$$V(r) = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze^2}{r} \quad (4.3)$$

$$= \frac{C}{r} \quad \text{avec } C < 0. \quad (4.4)$$

Or la force que ressent l'électron est obtenue en écrivant

$$f = -\frac{dV}{dr} = \frac{C}{r^2} \quad (4.5)$$

grâce à la relation fondamentale de la dynamique nous pouvons écrire

$$f = -\frac{mv^2}{r} \quad (4.6)$$

d'où

$$\frac{C}{r^2} = -\frac{mv^2}{r}. \quad (4.7)$$

En introduisant le moment cinétique orbitale de l'électron

$$|\vec{L}| = L = m|\vec{r} \wedge \vec{v}| = mvr. \quad (4.8)$$

Sachant que dans un mouvement circulaire le vecteur vitesse est constamment normal au vecteur position,

$$L = mvr$$

on déduit donc que :

$$\frac{C}{r^2} = -\frac{v \times mvr}{r^2} \quad (4.9)$$

ou encore

$$C = -vL \quad (4.10)$$

ce qui conduit à

$$v = -\frac{C}{L} \quad (4.11)$$

ceci nous permet d'écrire l'énergie cinétique sous la forme

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 = -\frac{C}{2r} = -\frac{1}{2}V(r) \quad (4.12)$$

et l'énergie totale de l'électron devient

$$E = E_c + V(r) = \frac{1}{2}V(r) = \frac{C}{2r} = -\frac{1}{2}mv^2 \quad (4.13)$$

soit

$$E = -\frac{mC^2}{2L^2}. \quad (4.14)$$

Pour une transition mettant en jeu deux états atomiques n et p

$$E_p - E_n = -\frac{mC^2}{2} \left(\frac{1}{L_p^2} - \frac{1}{L_n^2} \right) = h\nu_{np} = h\frac{c}{\lambda_{np}} \quad (4.15)$$

or d'après la formule de Balmer-Rydberg

$$h\frac{c}{\lambda_{np}} = hcR \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{p^2} \right) \quad (4.16)$$

ce qui conduit à

$$hcR \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{p^2} \right) = \frac{mC^2}{2} \left(\frac{1}{L_n^2} - \frac{1}{L_p^2} \right). \quad (4.17)$$

Cette égalité est toujours valable quelque soit la transition dans un hydrogénoïde, ce qui implique que L_n doit être multiple d'une certaine constante; cette constante n'est autre que $h/2\pi = \hbar$, obtenue à l'aide de mesures expérimentales

$$L = n\hbar. \quad (4.18)$$

Nous pouvons maintenant exprimer la constante de Rydberg en faisant appel aux deux dernières équations

$$2\pi\hbar cR \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{p^2} \right) = \frac{mC^2}{2\hbar^2} \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{p^2} \right) \quad (4.19)$$

$$R = \frac{mC^2}{4\pi c\hbar^3} = \frac{mZ^2 e^4}{(4\pi\epsilon_0)^2 4\pi c\hbar^3}. \quad (4.20)$$

Pour l'atome d'hydrogène ($Z = 1$), elle s'écrit :

$$R = \frac{me^4}{(4\pi\epsilon_0)^2 4\pi c\hbar^3} \quad (4.21)$$

soit numériquement une valeur théorique

$$R = 109737,3 \text{ cm}^{-1} \quad (4.22)$$

qui est en très bon accord avec la valeur expérimentale

$$R_{exp} = 109677,7 \text{ cm}^{-1} \quad (4.23)$$

l'énergie totale de l'électron est quantifiée et prend les valeurs

$$E_n = -\frac{mC^2}{2L_n^2} = -\frac{mC^2}{2n^2\hbar^2} = -\frac{Rhc}{n^2} \xrightarrow{n \rightarrow \infty} 0. \quad (4.24)$$

E_1 correspond à l'état le plus stable; c'est l'état fondamental ou normal

$$E_1 = -Rhc. \quad (4.25)$$

Dans ce qui précède nous avons considéré que le noyau est infiniment lourd. Mais en réalité il faut tenir compte de la masse réelle M du noyau de l'hydrogénoïde. Les résultats trouvés s'appliquent au mouvement réduit d'une particule, de masse réduite $\mu = mM/(m+M)$, autour du centre de masse. Soit R_∞ la constante de Rydberg obtenue à l'aide de l'approximation du noyau infiniment lourd (ANIL) utilisée ci dessus. et R_H celle calculée avec la masse réduite. Dans les deux cas les rapports R_∞/m et R_H/μ sont les mêmes;

$$\frac{R_\infty}{m} = \frac{R_H}{\mu} \quad (4.26)$$

ce qui mène à

$$R_H = \frac{R_\infty}{1 + \frac{m}{M}}. \quad (4.27)$$

4.1.4 Généralisation du modèle de Bohr : Modèle de Sommerfeld

Sommerfeld a généralisé le modèle de Bohr en s'inspirant des résultats issus du problème de Kepler incluant les orbites elliptiques.

Comme dans le cas des planètes, l'électron peut lui aussi se déplacer sur des orbites elliptiques autour du noyau.

Au mouvement de l'électron on attribue deux degrés de liberté : r et φ . Les deux variables sont indépendantes ; ce qui fait qu'il faut faire appel à deux conditions de quantification :

$$\oint P_r dr = n_r h \quad \text{et} \quad \oint P_\varphi d\varphi = n_\varphi h \quad (4.28)$$

où P_r (P_φ) est l'impulsion généralisée relative à la variable r (φ)

$$P_r = m \frac{dr}{dt} \quad \text{et} \quad P_\varphi = mr^2 \frac{d\varphi}{dt}. \quad (4.29)$$

Le système étant supposé isolé d'où il y a conservation du moment cinétique ;

$$L \equiv P_\varphi = c^{te} \quad (4.30)$$

ce qui implique que

$$P_\varphi \int_0^{2\pi} d\varphi = n_\varphi h, \quad (4.31)$$

soit

$$P_\varphi = n_\varphi \hbar \quad (4.32)$$

n_φ est un nombre entier appelé le nombre quantique orbital et noté ℓ .

La deuxième condition de quantification $\oint P_r dr = n_r h$ concerne la variable radiale et le nombre entier n_r et appelé le nombre quantique radial : $n_r = 0, 1, 2, \dots$

On montre, pour une trajectoire elliptique d'excentricité ε , que :

$$1 - \varepsilon^2 = \frac{\ell^2}{(n_r + \ell)^2} = \frac{\ell^2}{n^2} \quad (4.33)$$

n est appelé le nombre quantique principal. De plus on montre (voir TD) que

$$E = - \frac{mZ^2 e^4 (1 - \varepsilon^2)}{2P_\varphi^2} \quad (4.34)$$

$$= - \frac{Ze^2}{2a} \quad (4.35)$$

avec a le demi-grand axe. Ceci nous permet d'écrire

$$E_n = - \frac{mZ^2 e^4}{2n^2 \hbar^2} \quad (4.36)$$

par conséquent

$$a = n^2 \frac{\hbar^2}{mZe^2} = n^2 \frac{a_1}{Z} \quad (4.37)$$

où a_1 est le rayon de la première orbite de Bohr. Ce résultat montre que chaque niveau E_n est dégénéré, car il peut lui correspondre plusieurs trajectoires elliptiques.

Regardons de près cette dégénérescence : A l'aide des considérations géométriques de l'ellipse on montre que

$$\frac{b}{a} = \sqrt{1 - \varepsilon^2} \quad (4.38)$$

où b est le demi-petit axe

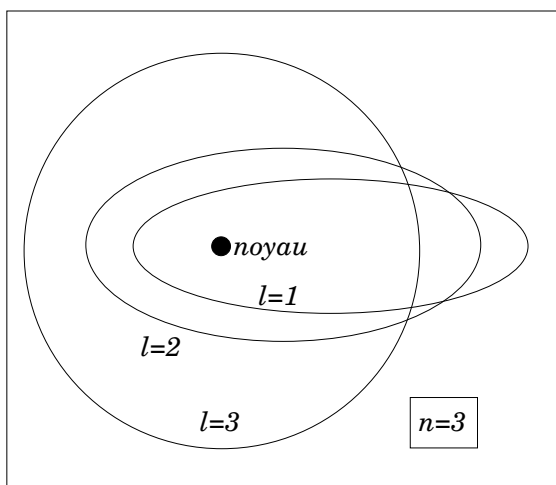
$$b = n^2 \frac{a_1}{Z} \times \frac{\ell}{n} = n\ell \frac{a_1}{Z} \quad (4.39)$$

ℓ est un entier inférieur à n . La valeur $\ell = 0$ doit être exclue car dans ce cas $b = 0$ et l'électron doit pouvoir traverser le noyau ce qui paraît un peu difficile à admettre.

$$\ell = 1, 2, 3, \dots, n \quad (4.40)$$

Tous ceci semble sans intérêt si Sommerfeld n'avait pas approfondis les calculs et tenir compte de la relativité, négligée jusqu'ici. La trajectoire étant elliptique, par conséquent la vitesse de l'électron n'est pas constante et la masse relativiste change aussi

$$m_v = \frac{m}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} \quad (4.41)$$



Il montre en effet que

$$E_{n\ell} = -Rhc \frac{Z^2}{n^2} \left[1 + \alpha^2 \frac{Z^2}{n^2} \left(\frac{n}{\ell} - \frac{3}{4} \right) + \{termes \alpha^4\} \right] \quad (4.42)$$

avec

$$\alpha = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\hbar c} \simeq \frac{1}{137.04} \quad (4.43)$$

appelée la constante de la structure fine. Ainsi chaque niveau est scindé en plusieurs sous-niveaux très voisins qu'on peut observer à l'aide de spectromètre de haute résolution.

FIGURE 4.2 – Dégénérescence du niveau E_n , avec $n = 3$.

4.2 Spectre de rayons X

Le modèle de Bohr-Sommerfeld traite uniquement les atomes hydrogénoïdes, mais dans le cas des atomes polyélectroniques, les spectres optiques sont assez complexes et difficile à interpréter à cause du potentiel répulsif $e^- - e^-$ qui s'ajoute dans le problème.

Les rayons X ont une longueur d'onde de l'ordre de l'angström et mettent en jeu des niveaux profonds de l'atome. L'interaction entre le noyau et un électron d'une couche profonde est prépondérante; d'où la simplicité de l'interprétation des spectres des rayons X.

À l'aide du modèle de Bohr on peut donner une interprétation correcte aux résultats de l'expérience sur les rayons-X, ce qui représente un point fort du modèle.

4.2.1 Spectre d'absorption

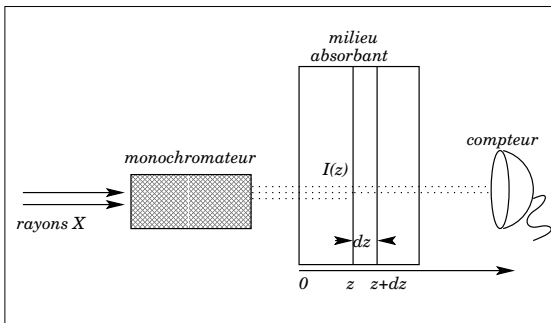


FIGURE 4.3 – Schéma du dispositif expérimental qui permet d'étudier l'absorption des rayons-X.

Si on envoie un faisceau de radiation X sur un milieu, le flux émergent sera atténué. Il est d'autant plus atténué si l'épaisseur du milieu est plus grande.

La diminution de l'intensité par rapport à la profondeur du milieu absorbant est proportionnelle à l'intensité initiale.

$$\frac{dI}{dZ} = -kI \quad (4.44)$$

où k est un coefficient qui ne dépend pas de l'épaisseur du milieu, mais dépend fortement de la nature du milieu.

$$\frac{dI}{I} = -kdZ \quad (4.45)$$

$$I(Z) = I_0 \exp -kZ \quad (4.46)$$

Le coefficient d'absorption k montre une dépendance nette en fonction de l'énergie des photons X utilisés c'ad en fonction de la fréquence ν de la radiation X. Nous pouvons faire varier la fréquence de la radiation à l'aide d'un spectromètre à cristal et par suite mesurer le coefficient d'absorption en fonction de la fréquence.

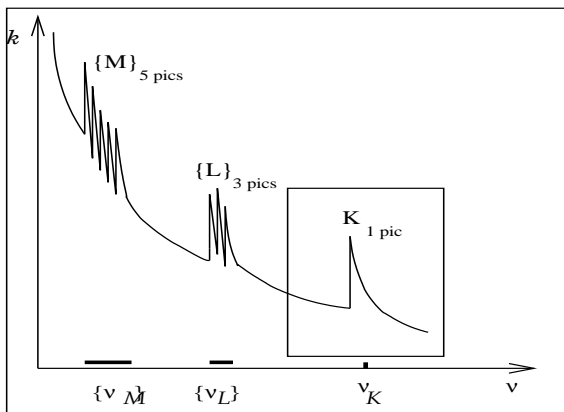


FIGURE 4.4 – Coefficient d'absorption en fonction de la fréquence des rayons-X incidents. Dans le cadre intérieur nous avons délimité la zone qui nous servira de base pour l'interprétation du phénomène.

On observe une discontinuité K , trois discontinuités L , cinq discontinuités M ... Le nombre de discontinuité élevé n'est observé que dans le cas des atomes lourds. Afin de comprendre l'origine de la discontinuité, prenons par exemple la discontinuité K . En dessous d'une certaine valeur ν_K , le coefficient d'absorption diminue régulièrement en fonction de la fréquence. Ceci est expliqué par le fait que les photons X les plus énergétiques ont un pouvoir de pénétration plus grand et donc le milieu les absorbe moins. Lorsqu'on atteint la valeur ν_K , c'est à dire lorsque

$$h\nu \geq h\nu_K, \quad (4.47)$$

il y'a apparition d'un nouveau processus suivant lequel l'atome parvient à annihiler les photons incidents, ceci est une caractéristique essentielle de l'effet photoélectrique

$$h\nu \geq W_s = h\nu_s \quad (4.48)$$

on se permet donc d'interpréter chaque discontinuité comme le seuil d'un effet photoélectrique. Pour s'en assurer, nous analyserons dans la suite les électrons émis par la cible.

4.2.2 Spectres de vitesses des électrons :

Expérience de Debroglie (1922)

Dans une chambre de Wilson, nous pouvons analyser et étudier les particules émises après interaction des photons X avec le milieu absorbant.

Sur un fil métallique on envoie une radiation X de fréquence ν . La mesure de la charge spécifique des particules émises par le fil montre qu'il s'agit des électrons.

Ces électrons sont produit soit par effet photoélectrique soit par effet Compton. Nous allons nous intéresser uniquement aux photoélectrons.

Les photoélectrons sont envoyés dans la direction perpendiculaire à la direction de propagation de la radiation X ($\parallel \vec{E}$) (les électrons Compton sont diffusés essentiellement dans la même direction de propagation des rayons X). Nous pouvons mesurer l'énergie cinétique de ces photoélectrons en les soumettant à l'action d'un champs magnétique et en mesurant le rayon de courbure de la trajectoire de ces électrons. En effet en égalant la force de Laplace $e\vec{v} \wedge \vec{B}$ à la composante normale de l'accélération mv^2/R où R est le rayon de courbure de la trajectoire des photoélectrons, nous pouvons déduire la vitesse en mesurant le rayon de courbure de la trajectoire des photoélectrons.

Ceci est rendu possible grâce à l'introduction d'une plaque sensible dans la chambre de Wilson.

Après l'expérience on retire la plaque sensible, sur laquelle on observe une série de raies parallèles : c'est le spectre des vitesses. Ce spectre étant discret montre que l'énergie de ces électrons est discrète elle aussi.

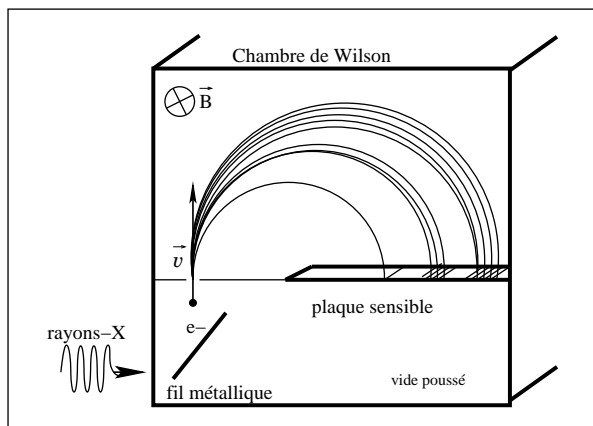


FIGURE 4.5 – Schéma de l'appareil d'analyse des photoélectrons-X.

$$K \longrightarrow h\nu = h\nu_K + \frac{1}{2}mv_K^2, \quad (4.49)$$

$$L \longrightarrow h\nu = h\nu_{L_I} + \frac{1}{2}mv_{L_I}^2, \quad (4.50)$$

$$\longrightarrow h\nu = h\nu_{L_{II}} + \frac{1}{2}mv_{L_{II}}^2, \quad (4.51)$$

$$\longrightarrow h\nu = h\nu_{L_{III}} + \frac{1}{2}mv_{L_{III}}^2. \quad (4.52)$$

Il en est de même pour les discontinuités M, N etc.

Cette vérification confirme l'existence, dans l'atome, d'électrons dont l'énergie de liaison est $E_K = -h\nu_K, E_L = -h\nu_L$ etc.

4.2.3 Spectre d'émission des rayons X

Soit un tube à rayons X. Dans ce tube on produit la radiation X en bombardant un bloc métallique par des électrons fortement accélérés. La tension d'accélération des électrons peut atteindre 50 kilo-Volts. Avec cette énergie il est possible de produire une ionisation des atomes qui composent le bloc métallique.

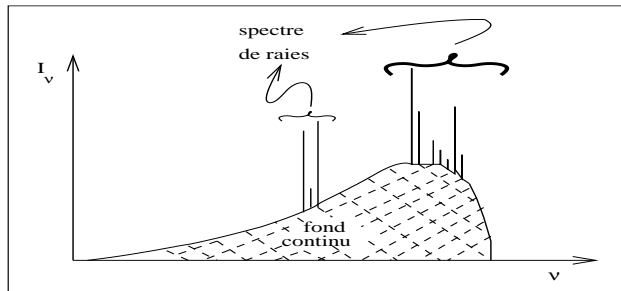


FIGURE 4.7 – Spectre d'émission des rayons-X.

en faisant varier certains paramètres de l'expérience à savoir la tension d'accélération des électrons ou le métal constituant le bloc.

Spectre continu

L'expérience a montré que l'intensité du spectre continu augmente avec le numéro atomique Z des atomes constituant l'anode ;

La fréquence maximale de la radiation X émise ne dépend pas de la nature du milieu émetteur, elle dépend fortement de la tension d'accélération des électrons incidents. Autrement dit, ν_{max} dépend de l'énergie cinétiques de ces électrons.

Ce rayonnement provient donc des électrons incidents,

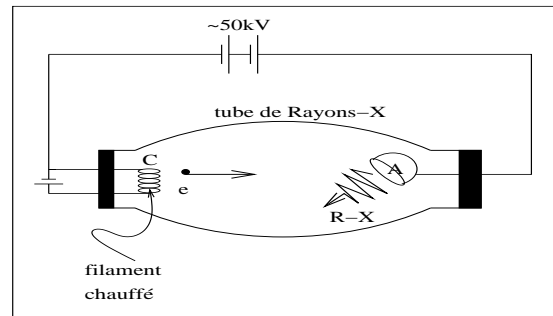


FIGURE 4.6 – Tube de rayons-X.

L'étude spectroscopique de la radiation émise est résumée sur la figure (4.7).

Sur ce spectre on peut constater qu'il existe une superposition d'un spectre de raies et d'un spectre continu. Afin de bien comprendre chacune des deux composantes, il faut analyser les résultats de l'expériences

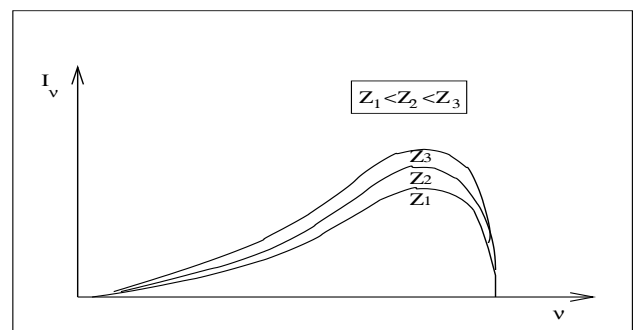


FIGURE 4.8 – Courbes d'intensité spectrale pour différentes valeurs du numéro atomique Z du cristal constituant l'anode.

Reste à savoir comment ?

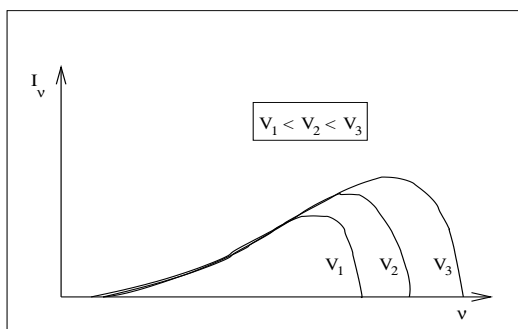


FIGURE 4.9 – Courbes d'intensité spectrale pour différentes valeurs de V .

L'électromagnétisme prévoit qu'une charge électrique en mouvement accéléré (au sens vectoriel du terme) émet de la radiation dont la fréquence est d'autant plus grande que le freinage est important.

Le spectre issu de ce rayonnement est continu.

Si l'on représente la tension d'accélération V en fonction de ν_{max} on obtient les résultats de la figure (4.11).

La courbe est une droite dont la pente est $(\frac{h}{e})$, ce qui nous permet d'écrire

$$eV = h\nu_{max}, \quad (4.53)$$

où h est la constante de Planck, dont la première mesure date des travaux de Max Planck sur le rayonnement thermique et e la charge élémentaire.

Selon l'électromagnétisme classique, lors de la collision entre l'électron et le noyau, l'électron est dévié de sa trajectoire rectiligne. Sa trajectoire devient donc curviligne et l'électron est accéléré. Il doit perdre alors une partie de son énergie donnant naissance à un photon.

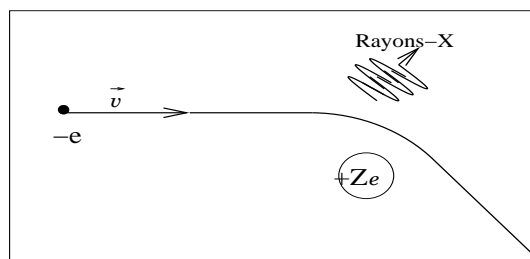


FIGURE 4.10 – Rayonnement de freinage “Bremstrahlung”.

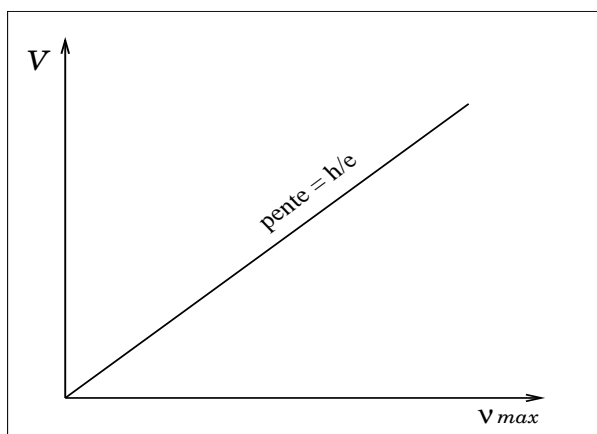


FIGURE 4.11 – Courbe V en fonction de la fréquence maximale émise.

Ainsi, chaque photon est émis par un seul électron et l'énergie maximale du photon est atteinte lorsque l'électron perd d'un seul coup la totalité de son énergie cinétique .

$$h\nu_{max} = eV = \frac{1}{2}mv^2 \quad (4.54)$$

Ce phénomène est connu sous le nom “Bremstrahlung” ou “rayonnement de freinage”.

Spectre de raies

Contrairement au spectre continu, le spectre de raies (ou spectre discret) dépend uniquement de la nature des atomes constituant le matériau. Il ne dépend absolument pas de l'énergie cinétique des électrons qui sont à la base de la production des rayons X.

Le spectre de raies peut également être observé dans une expérience de fluorescence où les atomes deviennent à leur tour des radiateurs après avoir absorbé eux-même une portion de radiation incidente. Dans ce cas le spectre continu sous-jacent est inexistant.

Le spectre de raies obtenu est identique à celui qu'on obtient en bombardant ces même atomes par des électrons si l'on écarte les raies correspondant au rayonnement diffusé : (pic Thomson + pic Compton).

Nous avons parfaitement le droit de penser que le spectre de raies d'émission met en jeu les niveaux d'énergie préétablis E_K , E_L , E_M , etc. Mais quelle relation y a-t-il entre le spectre d'absorption et celui d'émission ?

L'usage du principe de combinaison de Ritz nous facilitera l'établissement de cette relation. En effet en interprétant le spectre de raies d'émission comme résultat de transitions entre différents

niveaux d'énergies, nous pouvons écrire

$$\nu_{np} = c(T_p - T_n) = \frac{c}{\lambda_{np}}. \quad (4.55)$$

Les termes spectraux T_n se confondent avec les nombres d'ondes $1/\lambda_K, 1/\lambda_L, 1/\lambda_M$ etc correspondants aux discontinuités d'absorption ; ainsi nous écrivons sans crainte :

$$h\nu_{K\alpha} = E_L - E_K \quad (4.56)$$

$$h\nu_{K\beta} = E_M - E_K \quad (4.57)$$

$$h\nu_{K\gamma} = E_N - E_K \quad (4.58)$$

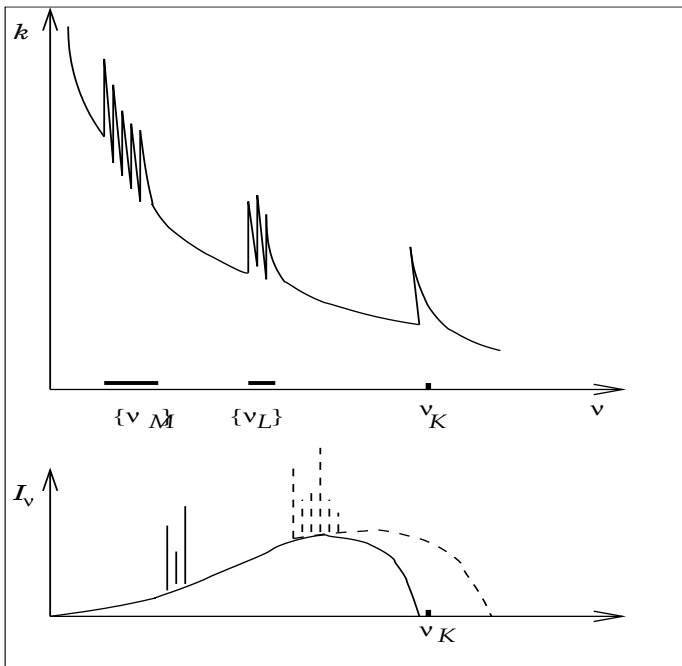


FIGURE 4.13 – *Comparaison des spectres d'émission et d'absorption. La partie discontinue de la courbe $I_\nu = f(\nu)$, montre l'apparition de la série K au complet lorsque $\nu > \nu_K$. produire des **électrons Auger** (Auger 1925).*

$$\frac{1}{2}mv^2 = (E_L - E_K) - W_L \quad (4.60)$$

l'énergie libérée lors de la transition $L \rightarrow K$ est absorbée par un autre électron dont l'énergie d'extraction W_L est inférieure à la quantité $h\nu_{LK}$.

Une série de raies soit qu'elle apparait au complet soit qu'elle disparaît complètement. Par exemple ; La série K , comme schématisée sur la figure (4.13), apparait au complet quand la tension accélératrice est suffisamment élevée pour que $\nu_{max} \geq \nu_K$, ou encore :

$$\frac{1}{2}mv^2 = eV = h\nu_{max} \geq h\nu_K = W_K \quad (4.59)$$

où W_K est l'énergie nécessaire pour éjecter en dehors de l'atome un électron de la couche profonde K . En définitif, la série K n'apparait que si l'on peut ioniser un atome en lui arrachant un électron de la couche K . Or les états les plus stable sont ceux d'énergie minimale, c'est ainsi que l'un des électrons des couches supérieures peut descendre dans l'échelle d'énergie et remplir la couche K en libérant de l'énergie sous forme d'un photon.

Cette énergie peut également être utilisée à l'intérieur de l'atome et produire des **électrons Auger**.

4.2.4 Loi de Moseley

L'étude expérimentale des spectres de raies d'émission a amené Moseley à établir une relation entre les fréquences émises et la charge nucléaire (ou le numéro atomique Z).

La variation de ν en fonction de Z suit une loi parabolique. Pour s'assurer de cette loi, il a fallu tracer $\sqrt{\nu}$ en fonction de Z , et vérifier qu'il s'agit belle et bien de droites

Regardons cela sous un autre angle en faisant intervenir les discontinuités du spectre d'absorption plutôt que le spectre d'émission. Nous avons vu que l'énergie du niveau le plus profond a pour valeur absolue $|E_K| = h\nu_K$. Celle-ci doit croître également en fonction de Z suivant une loi parabolique en Z^2 . Pour les hydrogénoïdes et selon le modèle de Bohr ;

$$E_K = Rhc \frac{Z^2}{1^2} = RhcZ^2 \quad (4.61)$$

ce qui donne

$$\nu_K = RcZ^2 \quad (4.62)$$

Nous avons déterminé la pente de la droite $\sqrt{\nu_K} = f(Z)$.

En traçant maintenant

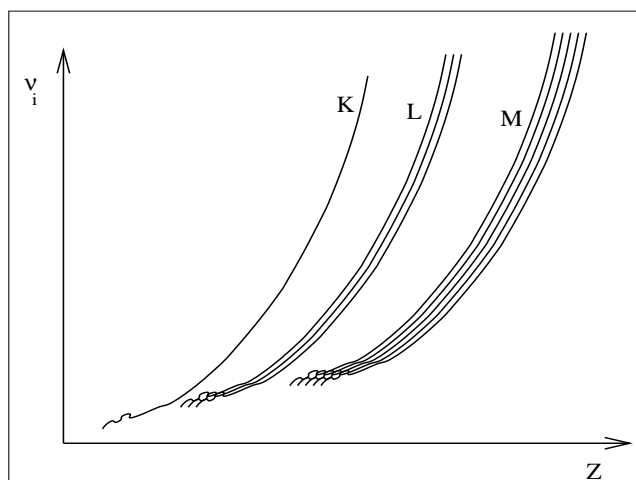


FIGURE 4.14 – Fréquences des discontinuités K, L et M en fonction du numéro atomique.

$$\sqrt{\nu_K/Rc} = f(Z),$$

nous obtenons le diagramme de Bohr-Coster

Ces courbes sont en première approximation des lignes droites ne passant pas par l'origine et on a :

$$K \longrightarrow \sqrt{\frac{\nu_K}{Rc}} = Z - \sigma_K,$$

avec

$$1 \leq \sigma_K \leq 2.$$

$$L \longrightarrow \sqrt{\frac{\nu_L}{Rc}} = \frac{1}{2}(Z - \sigma_L),$$

avec

$$\sigma_L \approx 10.$$

$$M \longrightarrow \sqrt{\frac{\nu_M}{Rc}} = \frac{1}{3}(Z - \sigma_M),$$

avec

$$\sigma_M \approx 20$$

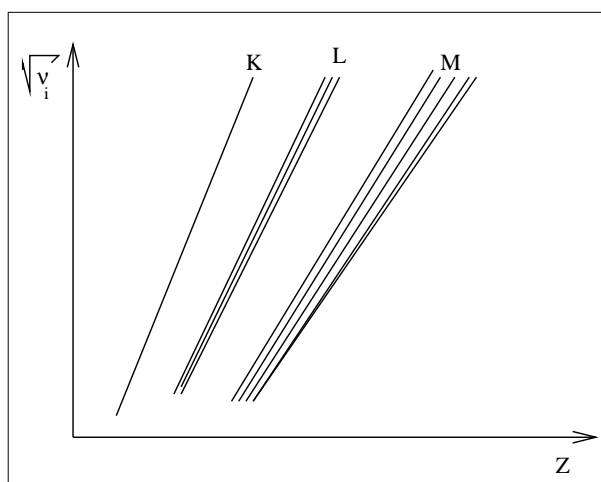


FIGURE 4.15 – Diagramme de Bohr-Coster.

ce qui nous permet d'écrire, en première approximation, pour les niveaux profonds de différents atomes que

$$E_n = -Rhc \frac{(Z - \sigma_n)^2}{n^2}, \quad \text{avec } n \equiv K, L \text{ ou } M \quad (4.63)$$

et nous pouvons ainsi conclure que les niveaux d'énergies profonds des atomes sont déterminés essentiellement par le nombre quantique n .

Nous pouvons interpréter également le coefficient σ comme la charge écran entre le noyau et l'électron considéré, c'est pourquoi σ est appelé coefficient d'écran. La quantité $Z - \sigma = Z_{eff}$ est appelée charge effective.

De façon similaire à ce qui précède nous pouvons écrire la loi de Moseley relative aux fréquences des raies d'émission pour les couches profondes d'un atome comme suit :

$$\nu_{nm} = Rc(Z - \sigma_n)^2 \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right) \quad \text{avec } n < m. \quad (4.64)$$

4.3 Expérience de Stern-Gerlach

Cette expérience a été conçue au départ pour la mesure du moment magnétique d'un atome. Les résultats de mesures ont montré de façon claire les limites des théories classiques. L'expérience de Stern-Gerlach est considérée actuellement comme un des fondements sûrs de la physique quantique.

Soit un atome ayant un moment magnétique $\vec{\mu}$ plongé dans un champ magnétique \vec{B} . Cet atome subit un moment résultant des forces extérieures

$$\vec{\Gamma} = \vec{\mu} \wedge \vec{B}. \quad (4.65)$$

celui-ci induit un mouvement de rotation de $\vec{\mu}$ autour de \vec{B} . Si le champ magnétique \vec{B} est uniforme la résultante du couple des forces extérieures appliquées aux extrémités du dipôle est nulle et l'atome ne subit aucune déviation de sa trajectoire initiale. Par contre si le champ magnétique possède un gradient non-nul; les extrémités de ce dipôle ne sont plus soumises à des forces égales et opposées, ce qui entraîne une déviation de l'atome. La résultante des forces appliquées au dipôle est :

$$\vec{F} = (\vec{\mu} \nabla) \vec{B}. \quad (4.66)$$

Or \vec{B} est parallèle à l'axe oz ; par conséquent la composante F_z de la résultante s'écrit :

$$F_z = \mu_x \frac{\partial B_z}{\partial x} + \mu_y \frac{\partial B_z}{\partial y} + \mu_z \frac{\partial B_z}{\partial z}. \quad (4.67)$$

La valeur qui peut être mesurée expérimentalement est une valeur moyenne

$$\bar{F}_z = \bar{\mu}_x \left(\frac{\partial \bar{B}_z}{\partial x} \right) + \bar{\mu}_y \left(\frac{\partial \bar{B}_z}{\partial y} \right) + \bar{\mu}_z \left(\frac{\partial \bar{B}_z}{\partial z} \right). \quad (4.68)$$

Etant donné que le moment magnétique précessionne autour de \vec{B} ($\parallel oz$) alors les valeurs moyennes de μ_x et μ_y sont nulles ce qui donne immédiatement :

$$\bar{F}_z = \bar{\mu}_z \left(\frac{\partial \bar{B}_z}{\partial z} \right) \quad (4.69)$$

c'est donc seulement l'observation de déplacement de l'atome sous l'action d'un champ magnétique \vec{B} non-homogène qui peut nous fournir une mesure de la composante μ_z du moment magnétique (composante longitudinale). Cette idée a été le point de départ de cette expérience.

4.3.1 Dispositif expérimental

On prépare dans un four porté à une température élevée T des atomes possédant un moment magnétique non nul. Dans ce four on perce un trou afin que l'on puisse produire un jet atomique.

A la sortie du four on place un aimant produisant un champ magnétique non-homogène de gradient constant. Les pièces polaires de cet aimant sont constituées de deux cylindres coaxiaux dont la génératrice est l'axe ox . De plus on s'arrange pour que seul les atomes ayant un mouvement suivant l'axe ox puissent quitter le four. Ceci est possible si on mène le four d'un second ou même d'un troisième

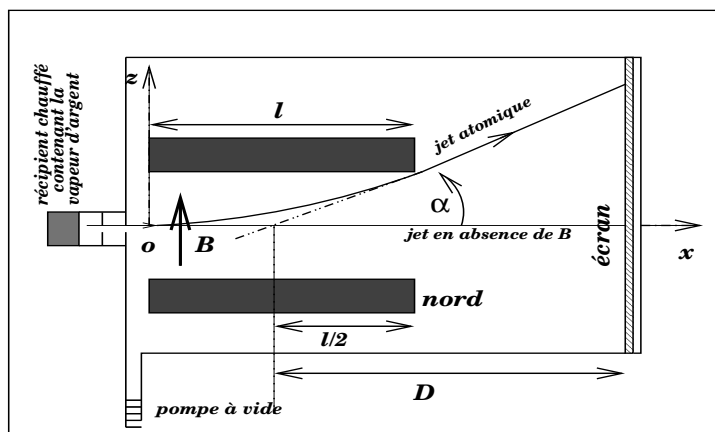


FIGURE 4.16 – Dispositif expérimental de Stern-Gerlach

puissent quitter le four. Ceci est possible si on mène le four d'un second ou même d'un troisième

orifice comme indiqué sur la figure (4.16). A la sortie de l'aimant on place un écran (plaque photographique par exemple) perpendiculairement à l'axe ox afin de visualiser les endroits d'impact du jet atomique.

L'expérience est réalisée dans un milieu sous très faible pression (10^{-5} torr) afin de minimiser les interactions entre le jet atomique et l'air. Le jet atomique contient des atomes de moment magnétique non nul. Ce jet va subir une déviation sous l'action d'un champ magnétique non-homogène.

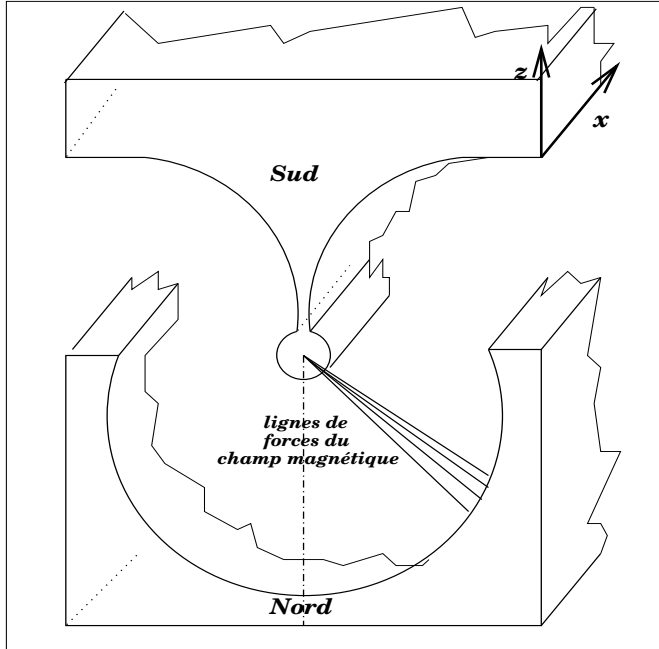


FIGURE 4.17 – Réalisation pratique d'un champ magnétique ayant un gradient constant.

Si on néglige la force de pesanteur et si le gradient de \vec{B} est constant alors la trajectoire de l'atome est parabolique :

$$\begin{cases} x = v_x t \\ z = \frac{1}{2} \frac{F_z}{m} t^2 \\ \quad = \frac{1}{2} \frac{F_z}{m} \frac{x^2}{v_x^2} \end{cases} \quad (4.71)$$

l'atome quitte l'entrefer à l'instant $t_s = \ell/v_x$ puis continue son mouvement en ligne droite dévié d'un angle α

$$\begin{aligned} \text{tg}\alpha = \left. \frac{dz}{dx} \right|_{t_s} &= \frac{F}{m} \frac{v_x t_s}{v_x^2}, \\ &= \frac{F}{m} \frac{\ell}{v_x^2} \end{aligned} \quad (4.72)$$

puisque la trajectoire est une parabole alors les tangentes à l'origine, $x = 0$, et en $x = \ell$ se rencontrent en $\ell/2$.

Supposons que l'écran est placé en $x = D + \frac{\ell}{2}$ dans ce cas on peut écrire :

$$\text{tg}\alpha = \frac{z}{D} \quad (4.73)$$

Dans la pratique on peut obtenir un champ magnétique de gradient constant en réalisant un aimant dont les pôles sont en forme de cylindre. La loi de conservation du flux de forces montre que le champ est plus intense au voisinage du pôle pointu qu'au voisinage de l'autre pôle.

Le jet atomique passe entre les pièces polaires parallèlement à leurs génératrices. La position d'impact du jet atomique sur l'écran est visualisée à l'aide d'une plaque photographique, elle sera désignée dans la suite par la coordonnée z .

A l'entrée de l'aimant l'atome subit une force

$$F_z = \mu_z \frac{\partial B_z}{\partial z} \quad (4.70)$$

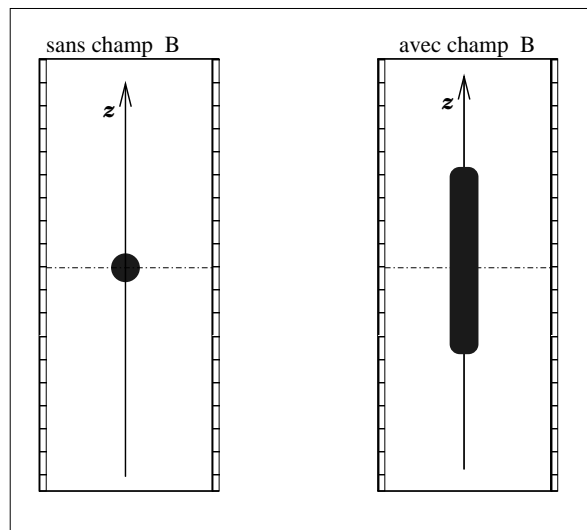


FIGURE 4.18 – Prévision classique relative à l'expérience de Stern-Gerlach.

d'après l'équation (4.72) on tire la position d'impact de l'atome sur l'écran :

$$z = \frac{F_z \ell D}{m v_x^2} \quad (4.74)$$

z dépend donc de la vitesse de l'atome, mais les atomes du jet n'ont pas tous la même vitesse.

En effet on montre dans la théorie cinétique des gaz que l'énergie d'agitation thermique s'écrit

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{3}{2} kT \quad (4.75)$$

où v est la vitesse la plus probable. Soit encore

$$z = F_z \frac{\ell D}{3kT} = \mu_z \frac{\partial B_z}{\partial z} \frac{\ell D}{3kT} \quad (4.76)$$

La composante μ_z dépend de l'orientation du moment magnétique de l'atome et par conséquent, on s'attend à ce que l'on obtienne une tâche étalée suivant l'axe oz .

L'expérience de Stern-Gerlach a montré tout à fait autre chose et loin des prévisions classiques.

Contrairement à la théorie classique ; μ_z ne peut prendre qu'un nombre fini de valeurs discrètes opposées deux à deux. C'est un des points fondamentaux que doit pouvoir expliquer la physique quantique.

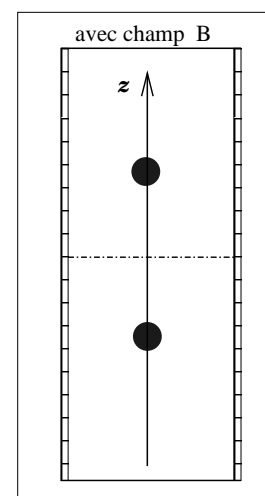


FIGURE 4.19 – Résultat de l'expérience de Stern-Gerlach pour un jet d'atomes d'argent (Ag).

4.3.2 Quantification du moment cinétique

On montre facilement que le moment magnétique de l'atome est lié à son moment cinétique par la relation

$$\vec{\mu} = \gamma \vec{L} \quad \text{où} \quad \gamma = -\frac{e}{2m_e} \quad (4.77)$$

avec e la charge élémentaire et m_e la masse de l'électron. Or, nous venons de montrer que la composante selon l'axe oz du moment magnétique est quantifiée. Donc il va de soit que L_z l'est aussi.

Sommerfeld avait déjà tenté une quantification du moment cinétique en tenant compte des orbites elliptiques, mais il est resté toujours dans le cadre de la mécanique classique qui ne peut interpréter les phénomènes quantiques expérimentalement observés.

En mécanique quantique on montre que les valeurs propre de L_z sont de type $m\hbar$, avec m soit un nombre entier ou demi-entier, positif, négatif ou nul. Ce nombre est appelé nombre quantique magnétique.

Pour chaque système atomique, il existe une valeur maximale de L_z , c'est à dire de m . Cette valeur maximale de m est appelée : nombre quantique du moment cinétique et notée j . Si j est un entier ; les valeurs de m sont entières et leur nombre est impair. Si j est demi-entier ; les valeurs de m sont demi-entieres et leur nombre est pair. Dans les deux cas le nombre de valeurs de m est $(2j + 1) : -j \leq m \leq j$.

Autrement dit, la connaissance du nombre de valeurs observables de j_z (c'est à dire $2j + 1$) permet de connaître la valeur de j .

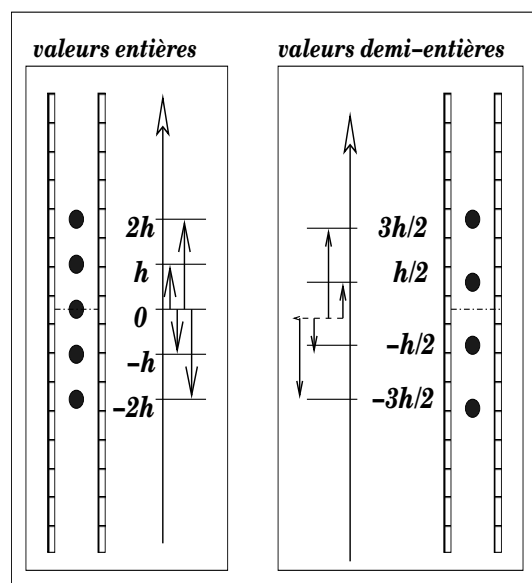


FIGURE 4.20 – Exemples de résultats issus de l'expérience de Stern-Gerlach.

4.3.3 Magnéton de Bohr et facteur de Landé

En mécanique quantique on utilise souvent la notation vectorielle :

$$\vec{L} = \hbar \vec{j}$$

Reécrivons l'équation (4.77) en utilisant cette notation

$$\vec{\mu} = \gamma \hbar \vec{j}. \quad (4.78)$$

où γ est le rapport gyromagnétique. On peut réécrire l'équation (4.78) sous une forme mieux adaptée au système atomique :

$$\vec{\mu} = -\mu_{\beta} \vec{j}$$

La quantité μ_{β} est appelée magnéton de Bohr. Elle est considérée comme l'unité naturelle des moments magnétiques atomiques. Dans le cas général on exprime le rapport gyromagnétique comme

$$\gamma_{mesure} = g \frac{(-e)}{2m_e} \quad (4.79)$$

où g est un nombre sans dimension ; appelé facteur de Landé. Par conséquent

$$\vec{\mu} = -g\mu_{\beta} \vec{j} \quad (4.80)$$

et

$$\mu_z = -g\mu_{\beta} m. \quad (4.81)$$

et une mesure de μ_z conduit donc à déduire la valeur du facteur de Landé g . Nous verrons plus loin que la théorie quantique ne permet pas seulement de donner une expression détaillée de ce facteur de Landé, mais ses résultats sont en parfait accord avec l'expérience.

Chapitre 5

EXERCICES

Travaux dirigés

Exercice 1

Dans un vide très poussé on produit un faisceau d'électrons " monocinétique ". Soit m la masse de l'électron et \vec{v} sa vitesse initiale supposée parallèle à l'axe ox .

Ce faisceau d'électrons traverse une région finie d'espace où règne un champ magnétique \vec{B} tel que $B_x = B_z = 0$ et $B_y = B(x)$. La longueur de cette région est ℓ . En supposant que \vec{B} ne varie pas dans le temps, quelle sera la position du point d'impact sur un écran fluorescent plan placé en $x = d \geq \ell$ perpendiculairement à l'axe ox .

Exercice 2

Calculer la densité intégrale de l'énergie de rayonnement

$$u = \int_0^{\infty} \rho_{\nu} d\nu$$

et ce en utilisant la formule de Planck pour ρ_{ν} .

Utiliser :

$$\frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1} = e^{-h\nu/kT} + e^{-2h\nu/kT} + \dots + e^{-nh\nu/kT} + \dots$$

et

$$1 + \frac{1}{2^4} + \frac{1}{3^4} + \frac{1}{4^4} + \dots = 1.08$$

Exercice 3

1. Calculer l'émittance du corps noir à la température de $3000^{\circ}K$ et pour une longueur d'onde $\lambda = 0.5\mu m$
2. Calculer l'émittance totale du corps noir à $2000^{\circ}K$ et $3000^{\circ}K$.

Données

$\frac{hc}{k} = 14.4m.^{\circ}K.$, $2\pi hc^2 = 3.74 \times 10^{-16}$ et $\sigma = 5.67 \times 10^{-8}W.m^{-2}.^{\circ}K^{-4}$.

Exercice 4

Lorsque le filament d'une ampoule électrique est alimenté par un courant $I = 2.8A$, on obtient une puissance totale P de $100 W$ et une densité $n = 2 \times 10^{16} Photons \times m^{-3}$

1. Calculer la température T_f du filament.
2. Sachant que l'émittance totale E d'un corps noir idéal est cinq fois plus grande que celle du filament ($E = 5E_f$), déterminer l'émissivité ε de ce filament.
3. Calculer le diamètre D du filament. (on peut négliger la contribution des deux sections du fil)
4. Quelle est la longueur du filament ?

Donnée

$h \approx 6.63 \times 10^{-34} j.s$, $k \approx 1.38 \times 10^{-23} j.K^{-1}$, $c \approx 3 \times 10^8 m.s^{-1}$, résistivité $\rho_f = 25 \mu\Omega cm$,
 $\sigma \approx 5.67 \times 10^{-8} W.m^{-2}.^{\circ}K^{-4}$ et $\int_0^{\infty} x^2 (e^x - 1)^{-1} dx \approx 2.4$

Exercice 5

On Suppose que le soleil est un corps noir à une température (efficace) T . La masse et le diamètre du soleil étant respectivement M et D .

1. Pour quelle longueur d'onde l'émittance est elle maximale ?
2. Calculer l'équivalent en masse (au repos) m perdue par unité de temps par suite de la radiation du soleil.
3. Quelle fraction f de la masse au repos du soleil est perdue par année ?
4. Suivant le processus de perte par radiation, combien de temps le soleil pourra encore exister ?

Donnée

$C_{Wien} \approx 0.002897 m.^{\circ}K$, $M = 2 \times 10^{30} Kg$, $D = 1.4 \times 10^9 m$, et $T = 5700 ^{\circ}K$.

Exercice 6

Une cellule photoélectrique de rendement quantique η est placée devant une source de lumière monochromatique de fréquence ν supérieure à la fréquence seuil ν_s .

1. Quel est le nombre de photons, par unité de temps, qui atteignent la cellule si le photocourant est I ?
2. La largeur de la bande de conduction du métal est ΔE . Si l'on suppose que l'énergie d'un photon est supérieure à la somme du travail d'extraction et la largeur de la bande de conduction, calculer les vitesses minimale et maximale que peut avoir un photoélectron.
3. Calculer le potentiel d'arrêt.

Exercice 7

Une source de lumière isotrope et monochromatique de longueur d'onde λ_0 émet N photons par unité de temps. La lumière arrive sur une plaque métallique de surface S placée à une distance d .

On désigne par W_s le travail d'extraction de la plaque et par I le photocourant maximal engendré par celle-ci.

1. Les photoélectrons sont-ils monocinétiques ? justifier.
2. Connaissant la contre tension, déterminer la valeur de λ_0 .
3. Si l'aspect ondulatoire de la lumière prévoit ici un retard t entre la cause et l'effet, quel est le nombre de photons émis par la source par unité de temps ?
4. Calculer I sachant que le rendement quantique de la cellule vaut η .

Exercice 8

Soit une radiation X de longueur d'onde $\lambda_0 = 1.5\text{\AA}$, provenant d'une cible. Calculer

1. la quantité de mouvement du photon,
2. le déplacement $\delta\lambda$ lorsque cette radiation est diffusée à un angle de 60° ,
3. la perte d'énergie du photon incident. Donner le résultat en eV .
4. et la vitesse de l'électron.

Données : $\Lambda_c = 0.0242\text{\AA}$, $1eV = 1.602 \times 10^{-19}j$ et $m_e = 9.11 \times 10^{-31}kg$.

Exercice 9

Lors d'une collision entre un photon d'énergie $h\nu_0$ et un électron libre au repos, ce dernier peut acquérir des vitesses non négligeables devant la vitesse de la lumière dans le vide c . Après collision, le photon est diffusé à un angle θ avec la direction incidente tandis que l'électron part dans une direction à un angle φ .

1. Déterminer l'angle de diffusion de l'électron.
2. Calculer son énergie cinétique et sa vitesse.
3. Montrer que le photon ne peut pas être entièrement absorbé par l'électron.

Exercice 10

Un photon se propage dans une direction ox d'un référentiel galiléen R_0 où son énergie est $h\nu_0$ et son impulsion est $\frac{h\nu_0}{c}\vec{x}$ (\vec{x} est un vecteur unitaire de l'axe ox , c est la vitesse de la lumière dans le vide). Ce photon entre en collision avec un proton au repos de masse M . Le photon est diffusé dans une direction faisant l'angle θ avec ox quant au proton, il est diffusé dans une autre direction. A l'issue du choc, l'énergie du photon devient $h\nu$.

1. Montrer qu'il existe un référentiel R' en translation rectiligne uniforme par rapport à R , avec une vitesse \vec{v} parallèle à ox et dans lequel la quantité de mouvement du système (proton, photon) est nulle.
2. Montrer que dans le référentiel R' le photon est diffusé sans changement de fréquences.
3. Dédurre du résultat précédent la fréquence du photon diffusé dans R_0 en fonction de v/c et θ . Etablir l'expression de $(\nu^{-1} - \nu_0^{-1})$ en fonction de θ et de M .

Exercice 11

1. Dans un tube à décharge, des atomes d'hydrogène sont soumis à un flux d'électrons chacun d'énergie $12.2eV$. Quelles sont les longueurs d'onde des raies qui peuvent être émises ?
2. Quelles sont les longueurs d'onde de l'hydrogène incluses dans le spectre visible (3800\AA à 7700\AA) ?
3. Combien de photons différents peuvent être émis par un atome d'hydrogène excité dans l'état $n = 5$?
4. Quelles sont les longueurs d'onde la plus courte et la plus longue de la série de Lyman ?
5. Calculer la correction qu'il faut apporter à la longueur d'onde d'un photon émis lorsqu'il est tenu compte de l'énergie de recul du noyau d'hydrogène.
6. i- Calculer la quantité de mouvement d'un photon émis par l'atome d'hydrogène provenant d'une transition $n_i = 3$ à $n_f = 2$.
ii- Quelle sera la vitesse de recul de l'atome s'il est libre de bouger ?

Données :

$$R = 1.097 \times 10^7 m^{-1}, \quad h = 6.625 \times 10^{-34} j.s.,$$

$$m_p = 1.672 \times 10^{-27} kg, \quad m_e = 9.11 \times 10^{-31} kg.$$

Exercice 12

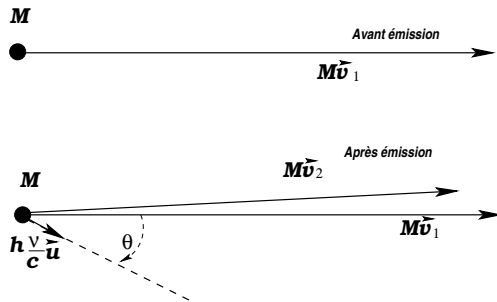


FIGURE 5.1 – \vec{u} est un vecteur unitaire indiquant la direction et le sens de déplacement du photon émis

Soit un atome de Masse M se déplaçant à la vitesse \vec{v}_1 , ($v_1 \ll c$) qui, se trouvant au point O , émet un photon dans une direction faisant un angle θ avec \vec{v}_1 .

Lorsque l'émission se fait sans recul, l'énergie du photon coïncide avec la différence d'énergie entre les états stationnaires avant et après émission. On désignera par E_i et E_f les énergies respectives de ces états et par $h\nu_0$ l'énergie du photon émis :

$$E_i - E_f = h\nu_0$$

1. Ecrire les équations de conservation de l'énergie et de l'impulsion dans le cas de l'émission avec recul par un atome mobile.
2. Calculer l'écart relatif $\frac{\nu_0 - \nu}{\nu}$ en fonction de θ .
On notera par $\bar{v} = \frac{v_1 + v_2}{2}$.

Exercice 13 (Premier partiel 2001-02)

Soit un satellite équipé d'un laboratoire d'analyse des radiations provenant des étoiles. Les astrophysiciens ont focalisé leur attention sur une étoile particulière. L'analyse du spectre des radiations émises par l'étoile a montré qu'il est analogue à celui du corps noir et que la densité spectrale de l'énergie de radiation atteint son maximum pour une longueur d'onde $\lambda_{max} = 0.2\mu m$.

A- Assimilons, dans un premier temps, l'étoile au corps noir.

1. Calculer la température efficace de l'étoile.
2. Calculer l'émittance totale et la densité volumique de l'énergie de radiation.
3. Calculer le nombre de photons par unité de volume au sein de l'étoile.

On donne : Constante de Wien $b = 0.002897mK$, $\sigma = 5.67 \times 10^{-8}Wm^{-2}K^{-4}$,
 $c = 3 \times 10^8ms^{-1}$, $h = 6.63 \times 10^{-34}Js$, $k = 1.38 \times 10^{-23}JK^{-1}$ et $\int_0^\infty x^2(e^x - 1)dx = 2.4$.

B- En réalité le spectre prélevé contient un autre spectre discret superposé au précédent.

1. Si ce spectre contient les raies H_α , H_β et H_γ de l'hydrogène, quelle sont les longueurs d'onde correspondantes si l'on ne tient pas compte de l'effet Doppler ?
2. A la raie H_α en provenance de l'étoile correspond une longueur d'onde $\lambda = \lambda_\alpha - \Delta\lambda_\alpha$. Calculer la vitesse radiale de l'étoile par rapport au satellite.
3. Dédurre le glissement Doppler $\Delta\lambda_\beta$ et $\Delta\lambda_\gamma$ pour les raies H_β et H_γ .

On donne : $R = 109677.7cm^{-1}$, $c = 3 \times 10^8ms^{-1}$ et $\Delta\lambda_\alpha = 0.5\text{\AA}$

Exercice 14

Un avion se déplace à une vitesse constante \vec{v} sur une trajectoire horizontale d'altitude h . Ce dernier émet une onde électromagnétique de fréquence ν . On repère sa position par son abscisse $x = \overline{HM}$. Le récepteur placé en O reçoit la fréquence $\nu + \Delta\nu$.

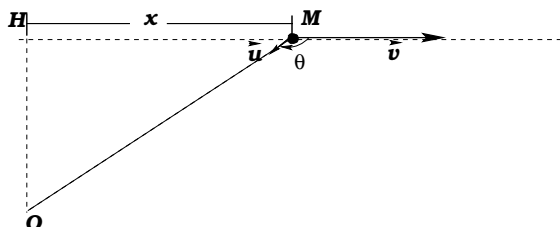


FIGURE 5.2 – θ est l'angle entre le vecteur vitesse de l'avion et le sens de propagation de l'onde électromagnétique. \vec{u} est un vecteur unitaire parallèle au vecteur d'onde.

1. Etablir la loi de variation de $\Delta\nu$ en fonction de h , x et ν .
2. Représenter $\Delta\nu$ en fonction du temps, sachant que l'avion progresse dans le sens des x croissants et qu'il passe en H à $t = 0$.
3. Calculer la vitesse et l'altitude de l'avion sachant que l'on connait la limite de variation de fréquence $\Delta\nu_\infty$ lorsque le temps t tend vers l'infini et la pente de la courbe $\Delta\nu = f(t)$ au point d'inflexion.

Exercice 15

Une raie de l'hydrogène (raie H_α) dans le spectre d'une étoile a une longueur d'onde

$$\lambda = 6563.22\text{\AA}$$

Au laboratoire, cette même raie a une longueur d'onde $\lambda' = 6563.70\text{\AA}$.
Calculer la vitesse radiale de l'étoile par rapport à la terre.
L'étoile se rapproche-t-elle ou s'éloigne de la terre ?

Exercice 16

La raie de l'hydrogène de la série de Balmer $\lambda = 6566\text{\AA}$ obtenue à l'aide d'un tube à décharge a une largeur de l'ordre de 0.05\AA .

1. Quelle est la température de la source si on suppose que l'élargissement est causé par effet Doppler uniquement. La densité de probabilité qu'a un atome pour avoir une vitesse v est

$$f(v) = \sqrt{\frac{M}{2\pi RT}} \exp\left(-\frac{M}{2RT}v^2\right).$$

2. Sur cette largeur, la puissance lumineuse émise est de l'ordre de $0.5W$. Quelle est la densité spectrale de puissance en $W/\text{\AA}$? Comparer avec la densité spectrale de puissance d'une lampe à incandescence de $100W$ émettant essentiellement dans le visible; $4000\text{\AA} \leq \lambda \leq 7000\text{\AA}$.
3. Etablir, en utilisant le modèle de Bohr, l'expression de la longueur d'onde émise après chaque transition. A quelle transition correspond $\lambda = 6566\text{\AA}$?
4. Quel déplacement subit cette longueur d'onde si on change l'hydrogène par du deutérium ?

Exercice 17 (Problème de Kepler)

On se propose d'étudier le mouvement d'un électron gravitant autour d'un noyau considéré comme centre fixe. A tout instant, la force que ressent l'électron passe par le centre et ne dépend que de la distance séparant l'électron du noyau fixe. Le mouvement de l'électron est donc celui d'une particule dans un champ de forces central.

1. Montrer que la trajectoire entière de l'électron se trouve dans un même plan. (pour cela, montrer que le moment cinétique $\vec{L} = c\vec{st}$).
2. En utilisant les coordonnées polaires dans le plan ; $x = r \cos \varphi$ et $y = r \sin \varphi$ écrire le moment cinétique L en fonction de r et φ .
3. L'électron gravite autour d'un noyau de charge $+Ze$. En se basant sur l'expérience de Rutherford montrant que la loi de Coulomb pour les forces d'interaction entre deux charges reste valable jusqu'à des distances de 10^{-4}\AA , écrire l'énergie totale de l'électron en coordonnées polaires.
4. A partir de l'expression de l'énergie totale E et en utilisant l'expression $L = mr^2 \frac{d\varphi}{dt}$, montrer que :

$$\frac{1}{r^4} \left(\frac{dr}{d\varphi} \right)^2 = \frac{2mE}{L^2} + \frac{2mZe^2}{L^2} \times \frac{1}{r} - \frac{1}{r^2}$$

5. En posant $\rho = 1/r$, établir que :

$$\left(\frac{d\rho}{d\varphi} \right)^2 = \frac{2mE}{L^2} + \frac{2mZe^2}{L^2} \rho - \rho^2$$

et montrer que :

$$\frac{d^2\rho}{d\varphi^2} + \rho = \frac{mZe^2}{L^2}.$$

6. La solution de l'équation précédente est justement l'équation de l'orbite de l'électron :

$$\rho = \frac{mZe^2}{L^2} + A \cos \varphi + B \sin \varphi$$

(solution d'une équation différentielle non-homogène linéaire de second ordre.)

En confrontant cette équation, quand $B = 0$, avec celle d'une section conique en coordonnées polaires :

$$r = \frac{a(1 - \varepsilon^2)}{1 + \varepsilon \cos \varphi}$$

avec a le demi grand axe et ε l'excentricité, montrer que la trajectoire de l'électron est bien une section conique.

7. A quelle condition la section est une ellipse.
(Pour cela, chercher les solutions positives ρ_{max} et ρ_{min} de l'équation $\frac{d\rho}{d\varphi} = 0$.)
8. Trouver une relation liant l'énergie de l'électron au demi-grand axe a et commenter.

Exercice 18

Considérons un hydrogénoïde de charge nucléaire $+Ze$. En utilisant le modèle de Bohr :

1. Calculer la vitesse de l'électron dans une orbite définie par le nombre entier n . Exprimer celle-ci en fonction de la constante de la structure fine $\alpha = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 c\hbar} = \frac{1}{137.04}$
2. Calculer le rayon de l'orbite et donner son expression en fonction de la longueur d'onde Compton $\Lambda_c = \frac{h}{mc} = 0.0242\text{\AA}$
3. Calculer la fréquence de rotation f de l'électron dans son orbite circulaire et comparer celle-ci à la fréquence limite $\nu_\ell = -E/h$.
4. Si on désigne par $\nu_{n-1,n}$ la fréquence de transition entre deux niveaux voisins, quelle est la limite du rapport $\nu_{n-1,n}/f$?

Exercice 19

Considérons l'ion hydrogénoïde Ar^{17+} .

1. En se basant sur le modèle de Bohr, calculer la vitesse de l'électron dans l'état fondamental.
2. En tenant compte des améliorations relativistes dues à Sommerfeld, calculer la correction $\Delta E/E$ apportée à l'état fondamental et au premier état excité de l' Ar^{17+} .
3. Si on désigne par m la masse de l'électron, que peut-on dire de la relation entre l'énergie E et le moment cinétique L ; $E = -mC^2/2L^2$, où $C = 18e^2/4\pi\epsilon_0$, dans le cas :
 - i- d'une orbite circulaire,
 - ii- d'une orbite elliptique non circulaire.

Exercice 20

Les constantes d'écran pour les raies K et L prévues par la loi de Moseley sont respectivement $\sigma_K = 1$ et $\sigma_L = 7.4$.

1. Quelle est la plus grande longueur d'onde de la série des raies K pour le cuivre ($Z_{Cu} = 29$) et celle de la série L pour l'or ($Z_{Au} = 79$) ?
2. Justifier l'élément dont la raie K_α a une longueur d'onde $\lambda = 0.723\text{\AA}$.

On donne $R = 109677.7\text{cm}^{-1}$.

Exercice 21

Considérons l'atome d'hydrogène. L'électron de celui-ci décrit une trajectoire elliptique autour du proton supposé être le centre de masse. L'atome est supposé plongé dans le champ magnétique $\vec{B} \parallel oz$ et faisant un angle α avec la normale de l'orbite elliptique Δ .

1. Etablir, en utilisant la loi des aires, la relation entre le moment cinétique \vec{L} et magnétique $\vec{\mu}$ de l'atome.
2. Déterminer la loi de variation du moment cinétique en présence du champ magnétique \vec{B} . En déduire la fréquence de précession du moment cinétique.

Exercice 22

L'aimantation d'un échantillon (un gaz monoatomique, par exemple) est $\vec{M} = \Sigma \vec{\mu}$ où $\vec{\mu}$ est le moment magnétique d'un atome contenu dans le gaz. Soit n le nombre d'atomes par unité de volume du gaz et \vec{B} le champ magnétique parallèle à l'axe oz dans lequel est plongé l'échantillon. Les atomes se répartissent, suivant la loi statistique de Boltzmann, entre les différentes valeurs de μ_z proportionnellement à la fonction $e^{-W/kT}$, où W est l'énergie d'interaction magnétique entre $\vec{\mu}$ et \vec{B} : $W = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}$.

En supposant qu'il existe $(2j + 1)$ valeurs de m tel que : $\mu_z = -g\mu_\beta m$

1. Calculer \vec{M}
2. Que devient \vec{M} si $j = 1/2$.
3. En déduire les limites lorsque
 - i- $g\mu_\beta B/kT \rightarrow \infty$
 - ii- $g\mu_\beta B/kT \ll 1$