Exercice 5

1. En assimilant le soleil au corps noir, on peut lier la température de celui-ci à la longueur d'onde correspondant au maximun d'émittance, λ_{max}. La loi de déplacement de Wien nous permet d'écrire
$$\lambda_{max}T = C_{wien}$$
et par conséquent
$$\lambda_{max} = \frac{C_{wien}}{T}$$
A.N :
$$\lambda_{max} = 5082\mathring{A}$$
L'Oeil de l'Homme a une sensibilité qui dépend de la longueur d'onde. Cette sensibilité atteind son maximum à la même longueur d'onde (ou Couleur). Une longueur d'onde de 5082Å correspond au jaune. C'est la raison pour laquelle le soleil est un peu jaunâtre. De plus, le fait que le maximum de sensibilité de l'oeil humaine correspond au maximun d'émittance spectrale, est le résultat de notre adaptation avec notre environnement.

2. Le soleil rayonne constamment de l'énergie suite aux réactions de fusion nucléaire qui se produisent dans son coeur. Le coeur de l'étoile atteind des températures de l'ordre 10^8K. La surface extérieure du soleil n'est que d'environ $5700K$. C'est la température efficace du soleil. Il y'a un gradient de température très important partant du centre de l'étoile en direction de sa surface externe. Le rayonnement qu'on observe vient essentiellement des couches externes des étoiles. La radiation produite à l'intérieur de l'étoile est écrantée par le plasma qui la constitue.

   Lors des réactions de fusion nucléaire, une partie de la masse des noyaux initiaux est transformée en lumière γ ou énergie cinétiques des particules produites suite à cette réaction. En d'autres termes, l'énergie lumineuse qu'on reçoit a pour origine une energie de masse transformée. La masse solaire doit baisser de façon continue. Quel est donc l'équivalent en masse perdu par unité de temps au sein de notre soleil ?

   Or, l'émittance totale ε_s est le rapport entre la puissance lumineuse totale émise P par le soleil et sa surface extérieure S.
$$\varepsilon_s = \frac{P}{S}$$
   Dans le cadre de notre approximation (soleil équivalent au corps noir) cette émittance est donnée par la loi de Stefan
$$\varepsilon_s = \sigma T^4$$
   par conséquent
$$\begin{aligned} P &= \varepsilon_s \times S \\ &= \varepsilon_s \times 4\pi \left(\frac{D}{2}\right)^2 \\ &= \varepsilon_s \times \pi D^2 \end{aligned}$$
   D'après la relativité restreinte, l'équivalent en masse perdue par seconde est M_e tel que
$$M_e c^2 = P = \pi\varepsilon_s D^2$$
   ce qui donne
$$M_e = \frac{\pi\sigma T^4 D^2}{c^2}$$
   A.N :
$$M_e = 4 \times 10^9 kg$$
   en chaque seconde le soleil transforme 4 millions de tonnes de matière en energie lumineuse.

3. Bien que le chiffre de 4 millions de tonnes parrait excessivement grand, il ne repésente rien devant la masse solaire M (d'environ $2 \times 10^{30} kg$).
   calculons la fraction f de masse perdue par le soleil en une année suite à cette transformation :
$$f = \frac{M_e \times 365 \times 24 \times 60 \times 60}{M}$$
   A.N :
$$f = 6.5 \times 10^{-14} an^{-1}$$
4. suivant ce processus de perte d'énergie, le soleil existera encore pendant
$$\tau = \frac{1}{f}$$
   A.N :
$$\tau = 1.5 \times 10^{13} ans$$
   En réalité le processus de transformation s'arrêtera une fois que le carburant nucléaire est epuisé ce qui représente une durée beaucoup plus courte que celle calculée ci-dessus, d'environ cinq milliards d'années selon l'Astrophysique Nucléaire.

Exercice 6

1. Dans la pratique le nombre de photons efficaces qui arrachent des électrons au métal varie d'une cellule photoélectrique à l'autre. Ainsi l'efficacité d'une cellule photoélectrique est représentée par une grandeur appelée rendement quantique η exprimant le rapport entre le nombre de photons efficaces n et le nombre de photons incidents N, par unité de temps.

$$\eta = \frac{n}{N}$$

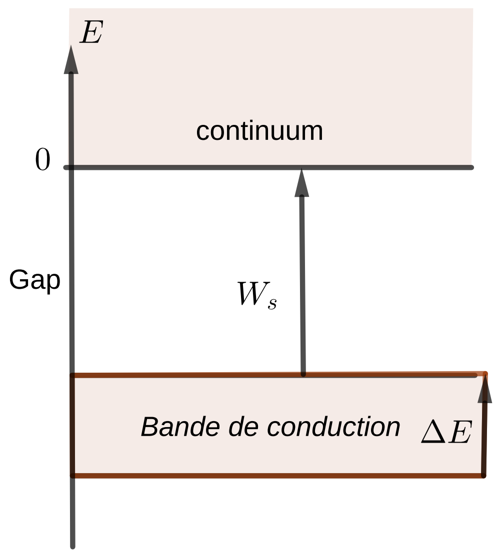
Or le nombre d'electrons arrachés par unité du temps est égale au courant électrique I mesuré divisé par la charge e d'un électron :

$$I = n \times e \quad \Longleftrightarrow n = \frac{I}{e}$$

d'où

$$N = \frac{I}{\eta e}$$

2. Supposons que la largeur de la bande de conduction est ΔE



Un électron issu de la limite supérieure de la bande de conduction exige une énergie W_s appelée énergie d'extraction ou travail de sortie.
Un électron issu de la limite inférieure de la bande de conduction necessite une énergie plus grande égale à $(W_s + \Delta E)$.
Cependant, si l'énergie de chaque photon $(h\nu)$ est supérieure à $(W_s + \Delta E)$ alors quelque soit l'énergie de l'électron de la bande de conduction, celui-ci peut être arrché suite à une intéraction avec le photon.
Selon l'hypothèse d'Einstein : *Le photon est soit entièrement absorbé par l'électron ou pas du tout. Il ne peut en aucun cas être partielement absorbé.*
Une fois l'électron est dans le continuum (après arrachement), l'excédent en énergie est transformée en énergie de mouvement (cinétique).
Ainsi les photoélectrons auront un spectre continu de vitesses comrises entres deux valeurs extrêmes : Vitesse minimale d'un phoélectron

$$h\nu = W_s + \Delta E + \frac{1}{2} m v_{min}^2$$

$$\Longrightarrow v_{min} = \sqrt{\frac{2}{m}\left(h\nu - W_s - \Delta E\right)}$$

Vitesse maximale d'un phoélectron :

$$h\nu = W_s + \frac{1}{2}mv_{max}^2$$

$$\Longrightarrow v_{max} = \sqrt{\frac{2}{m}\left(h\nu - W_s\right)}$$

3. Calcul du potentiel d'arrêt V_0 :
   Lors du freinage de l'électron la variation, en valeur absolue, de l'énergie cinétique est égale à la variation de l'énergie potentielle.

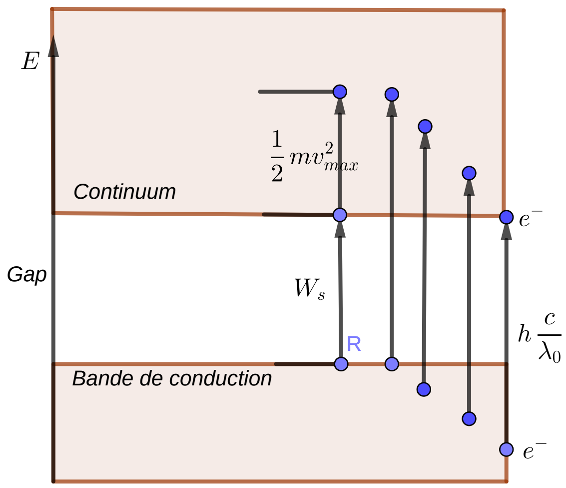
$$eV_0 = \frac{1}{2}mv_{max}^2$$

$$\Longrightarrow h\nu = W_s + eV_0$$

$$\Longrightarrow V_0 = \frac{h\nu - W_s}{e}$$

Exercice 7

1. Comme nous avons vu dans l'exercice précédent, les photoélectrons n'ont pas tous la même vitesse, car ils ne sont pas tous issus initialement du même niveau d'énergie.



2. Connaissant la contre tension V_0, déterminons la longueur d'onde λ_0. En effet

$$eV_0 = h\nu_0 - W_s = h\frac{c}{\lambda} - W_s$$

$$\Longrightarrow \lambda_0 = \frac{hc}{eV_0 + W_s}$$

3. La source de lumière étant est isotrope et monochromatique. Elle émet N photons par seconde.
La puissance émise est donc

$$P = Nh\nu_0$$

La puissance reçus P_r par la cellule de surface S vue de la source distante de d sous un angle solide Ω

$$P_r = P_e\frac{\Omega}{4\pi}$$

avec $\Omega = S/d^2$

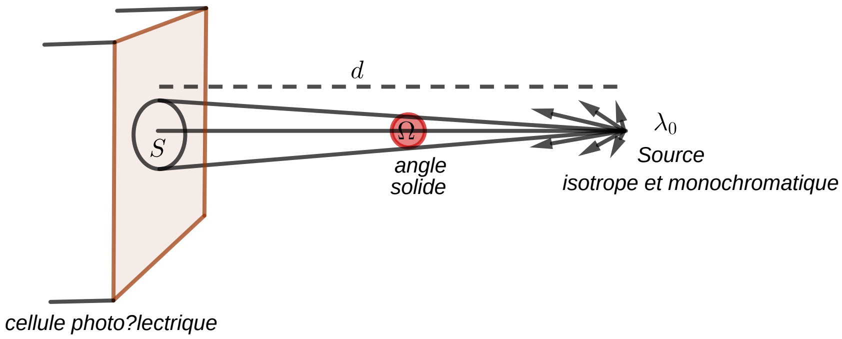
$$\Longrightarrow P_r = Nh\nu_0\frac{S}{4\pi d^2}$$

Si l'électromagnétisme classique prévoit un retard t entre la cause (réception de la lumière) et l'effet (le signal photoélectrique) alors les oscillateurs (qui sont les électrons libres) vont pouvoir accumuler une énergie égale à l'énergie d'extraction de ces électrons. En d'autres termes la puissance reçue doit être

$$P_r = \frac{W_s}{t}$$

$$\Longrightarrow t = \frac{W_s}{P_r} = \frac{W_s 4\pi d^2}{Nh\nu_0 S}$$

$$\Longrightarrow N = \frac{4\pi W_s\lambda_0 d^2}{hc.t.S}$$



4. le photocourant.

$$I = n.e = \eta N_r.e$$

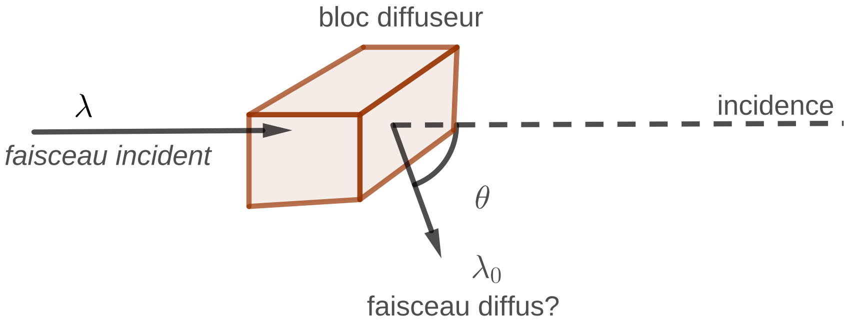
or

$$N_r = N\frac{\Omega}{4\pi} = N\frac{S}{4\pi d^2}$$

ce qui donne

$$I = \eta N\frac{S}{4\pi d^2}.e$$

Exercice 8



1. Quantité de mouvement $P = |\vec{P}|$ du photon diffusé :

$$P = \frac{h}{\lambda_0}$$

A.N : $h = 6.63 \times 10^{-34} js$ et $\lambda_0 = 1.5\mathring{A}$

$$\Longrightarrow P = 4.4 \times 10^{-24} js/m$$

2. Le déplacement $\delta\lambda$ après diffusion à un angle $\theta = 60^o$

$$\delta\lambda = \lambda_0 - \lambda$$

$$\frac{h}{mc}(1 - cos\theta)$$

A.N : $\frac{h}{mc} = 0.0242\mathring{A}$: C'est la longueur d'onde Compton Λ_c. $cos\theta = 1/2$.

$$\Longrightarrow \delta\lambda = 0.0121\mathring{A}$$

3. La perte d'énergie δE du photon incident :

$$\delta E = \frac{hc}{\lambda} - \frac{hc}{\lambda_0}$$

A.N : $hc/\lambda = 8300eV$ et $hc/\lambda_0 = 8240eV$

$$\Longrightarrow \delta E = 60eV$$

Le photon a perdu environ 0.7% de son énergie aucours de la collision.

4. La vitesse de l'électron Compton :
   La perte en énergie du photon est communiquée à l'électron sous forme d'énergie cinétique, $E_c = \delta E = 60eV$. Cette énergie étant faible, on peut alors négliger les effets relativistes et adopter la formule classique de l'énergie cinétique :

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2$$

   ce qui donne

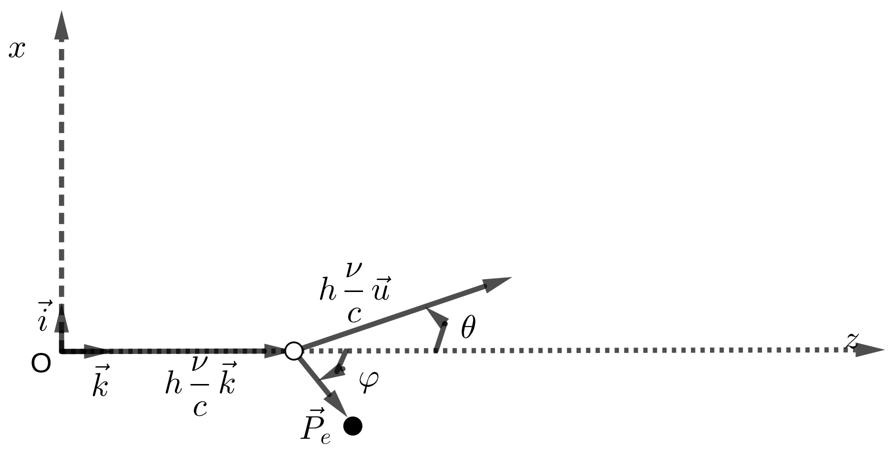
$$v = \sqrt{\frac{2E_c}{m}}$$

   A.N : la masse de l'électron $m = 9.11 \times 10^{-31}kg$

$$\Longrightarrow v = 4.6 \times 10^6 m/s$$

Exercice 9

1. Expression de l'angle de diffusion φ de l'électron en fonction de celui du photon θ : Le



   photon incident a une impulsion $\frac{h\nu_0}{c}\vec{k}$. L'impulsion du photon diffusé est $\frac{h\nu}{c}\vec{u}$. L'électron diffusé a une quantité de mouvement $\vec{P}_e$. Les trois vecteurs sont dans un même plan (xoz). Par projection sur les axes ox et oz :
   sur oz

$$\frac{h\nu_0}{c} = \frac{h\nu}{c} + P_e cos\varphi$$

   sur ox

$$0 = \frac{h\nu}{c} sin\theta + P_e sin\varphi$$

   Rangeant d'un coté la variable θ et de l'autre la variable φ

$$\begin{aligned} P_e \sin\varphi &= -\frac{h\nu}{c}\sin\theta \\ P_e \cos\varphi &= \frac{h\nu_0}{c} - \frac{h\nu}{c}\cos\theta \end{aligned}$$

   En divisant membre à membre on obtient

$$\tan\varphi = -\frac{\nu\sin\theta}{\nu_0 - \nu\cos\theta} = -\frac{\sin\theta}{\frac{\nu_0}{\nu} - \cos\theta}$$

   Or

$$\frac{1}{\nu} = \frac{1}{\nu_0} + \frac{h}{mc^2}(1 - \cos\theta)$$

ce qui mène à

$$\begin{aligned}
\tan\varphi &= -\frac{\sin\theta}{\nu_0\left[\frac{1}{\nu_0}+\frac{h}{mc^2}(1-\cos\theta)\right]-\cos\theta}\\
&= -\frac{\sin\theta}{1+\frac{h\nu_0}{mc^2}(1-\cos\theta)-\cos\theta}\\
&= -\frac{\sin\theta}{(1-\cos\theta)\left[1+\frac{h\nu_0}{mc^2}\right]}
\end{aligned}$$

$$\tan\varphi = -\frac{\cot\frac{\theta}{2}}{1+\frac{h\nu_0}{mc^2}}$$

où nous avons utilisé les relations :

$$\sin\theta = 2\sin\frac{\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2}$$

$$1-\cos\theta = 2\sin^2\frac{\theta}{2}$$

2. Energie cinétique de l'électron diffusé et sa vitesse.
   Energie cinétique E_c : Puisqu'on travail dans le cadre relativiste, l'énergie cinétique est la différence entre l'énergie totale de l'électron en mouvement moins son énergie au repos. Càd :

$$E_c = mc^2 - m_0c^2$$

   où

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}} = \gamma m_0$$

   et v la vitesse de l'électron.
   Cette quantité représente également la perte d'énergie, par le photon, qui s'est transformées en énergie cinétique de l'électron diffusé. Calculons alors la quantité

$$h\nu - h\nu_0$$

   Or on a vu préèdement que

$$\frac{1}{\nu} = \frac{h\nu_0(1-\cos\theta)+m_0c^2}{\nu_0 m_0c^2}$$

$$\Longrightarrow \nu = \nu_0\frac{m_0c^2}{h\nu_0(1-\cos\theta)+m_0c^2}$$

   ce qui donne

$$\begin{aligned}
E_c &= h\left[\nu_0 - \nu_0\frac{m_0c^2}{h\nu_0(1-\cos\theta)+m_0c^2}\right]\\
&= \frac{h\nu_0}{1+\frac{m_0c^2}{h\nu_0(1-\cos\theta)}}
\end{aligned}$$

   Clcul de la vitesse de l'électron :
   Ici l'élctron est considéré comme particule relativiste, càd :

$$E_c = (\gamma-1)m_0c^2 = \frac{h\nu_0}{1+\frac{m_0c^2}{h\nu_0(1-\cos\theta)}}$$

$$\Longrightarrow \left(\frac{v}{c}\right)^2 = 1-\left[\frac{h\nu_0}{m_0c^2}\left(\frac{1}{1+\frac{m_0c^2}{h\nu_0(1-\cos\theta)}}\right)+1\right]^{-2}$$

ou encore

$$v = c\left(1 - \left[\frac{h\nu_0}{m_0c^2}\left(\frac{1}{1+\frac{m_0c^2}{h\nu_0(1-\cos\theta)}}\right)+1\right]^{-2}\right)^{\frac{1}{2}}$$

Traitons le cas où $h\nu_0 = m_0c^2$ ou encore $\nu_0 = c/\Lambda_c$ avec Λ_c la longueur d'onde Compton égale à $h/(m_0c)$.

$$v = c\left(1 - \left[\frac{1}{1+\frac{1}{1-\cos\theta}}+1\right]^{-2}\right)^{1/2}$$

$$\Longrightarrow v = c\left(1 - \left[\frac{2-\cos\theta}{3-2\cos\theta}\right]^{2}\right)^{1/2}$$

On peut vérifier aisément que
— pour $\theta = 0$ la vitesse de l'électron est nulle ; $v = 0$.
— pour $\theta = \frac{\pi}{2}$; $v = 0.75c$

3. Montrons enfin que le photon ne peut pas être entièrement absorbé par l'électron lors d'une collision élastique avec un électron. Pour ce faire on va procéder en faisant un raisonnement par absurde. En effet supposons que le photon est entièrement absorbé, dans ce cas, la conservation d'impulsion s'écrit

$$P_e = P_{ph} \quad \text{ou encore} \quad P_e = \frac{h\nu}{c}.$$

La conservation de l'énergie s'écrit

$$E_{ph} = E_e \quad \text{ou encore} \quad \frac{h\nu}{c} = \frac{\sqrt{(P_ec)^2 = (m_0c^2)^2} - m_0c^2}{c}$$